Lösungen zu den Aufgaben Exponential- und Logarithmusfunktion (7.5.-10.5.)

S.260

15 a) $F(x) = -3e^{-x}$ b) $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x}$

c) $F(x) = x - e^{-x}$ d) $F(x) = -\frac{1}{3}e^{1-3x}$

e) $F(x) = e \cdot x - 2 \cdot e^{-\frac{1}{2}x}$ f) $F(x) = -e^{-x}$

g) $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$ h) $F(x) = \frac{2}{k} \cdot e^{kx}$

i) $F(x) = e^{x} + \frac{1}{2}e^{-2x}$ j) $F(x) = x - 2e^{-x} - \frac{1}{2}e^{-2x}$

16 a) $f'(x) = 4e^{2x} - e^{-x}$; $F(x) = x - e^{-x} + e^{2x}$

b) $f'(x) = 2e^{-x}(3 - e^{-x})$; $F(x) = 9x + 6e^{-x} - \frac{1}{2}e^{-2x}$

c) $f'(x) = 2(e^{2x} - e^{-2x})$; $F(x) = 2x + \frac{1}{2}(e^{2x} - e^{-2x})$

d) $f'(x) = 2x + 4 \cdot e^{-4x}$; $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4} \cdot e^{-4x}$

S. 261

23 a) $A_0(4) = 1 - 0,018 \approx 0,98$

b) $A_0(b) = 1 - e^{-b}$; $\lim_{b\to\infty} A_0(b) = 1$

24 a) $J_{-10}(2) = \left[\frac{1}{2}e^{x}\right]_{-10}^{2} = 3,69451$ approx3, 69

b) $J_0(1) = [e^{t+1}]_0^1 = e^2 - e \approx 4,67$

c) $J_{-1}(1) = 2,084 \approx 2,08$ d) $J_0(2) = 1,33425 \approx 1,33$

e) $J_0(1) = 1,4323 \approx 1,43$ f) $J_{-1}(0) = 1,1752 \approx 1,18$

g) $J_{-2}(2) = 62,5798 \approx 62,58$ h) $J_0(1) = \frac{1}{e} - \frac{1}{2} \approx -0,13$

S.263

3 a) 0,69 b) 3,15 c) 1,04 d) −0,41

e) −3,00 f) 0,88 g) −1,15

4 a) 1 b) 2 c) $\frac{1}{2}$ d) 0 e) −2 f) −1

g) −2 h) $-\frac{1}{2}$ i) $-\frac{1}{3}$ j) $-\frac{3}{2}$ k) 1

5 a) 2 b) 3 c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{4}$ e) 8 f) $\frac{1}{9}$

g) $\frac{1}{2}$ h) 1 i) $\frac{1}{2}$ j) 1 k) 15

6 a) 29,96 b) 0,08

c) 3,12 d) 1,00

e) $0,496631 \approx 0,50$ (Probe mit 0,5 gibt $\ln 0 \approx -5$; exakt: $x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2e^5}$)

f) $2,0378 \approx 2,04$ g) $1,55962 \approx 1,56$

h) $-3,22070 \approx -3,22$ i) $\ln 20 \approx 2,995 \approx 3,0$

j) $1,5108 \approx 1,51$ k) $-0,57937 \approx -0,58$

l) $(\ln \pi)^2 \approx 1,31041 \approx 1,31$

Lösungen zu den Aufgaben Exponential- und Logarithmusfunktion (7.5.-10.5.)

S.264

7

a) $f'(x) = \frac{2}{x}$

b) $f'(x) = \frac{1}{x}$

c) $f'(x) = \frac{1}{x}$

d) $f'(x) = \frac{1}{x}$ $(x < 0)$

e) $f'(x) = \frac{1}{x}$

f) $f'(x) = -\frac{1}{x}$

g) $f'(x) = \frac{1}{2x}$

h) $f'(x) = \frac{-6x}{1 - 3x^2}$

i) $f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - x}$

j) $f'(x) = \frac{3}{2x}$

k) $f'(x) = \frac{3}{x}(\ln x)^2$

l) $f'(x) = -\frac{1}{x(\ln x)^2}$

m) $f'(x) = \frac{1}{2x \cdot \sqrt{\ln x}}$

n) $f'(x) = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\tan x}$

o) $f'(x) = \frac{1}{x} \cdot \cos(\ln x)$

8

a) $f'(x) = 1 + \ln x$

b) $f'(x) = x(2 \ln x + 1)$

c) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}\left(\frac{1}{2}\ln x + 1\right) = \frac{\ln x + 2}{2\sqrt{x}}$

d) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}}(\ln x + 2)$

e) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(\ln 2x + 2)$

f) $f'(x) = \frac{-1}{x \cdot (\ln x)^2}$

g) $f'(x) = \frac{1}{x^2}(1 - \ln x)$

h) $f'(x) = \frac{(1 - x)\ln(1 - x) + 1 + x}{(1 - x)(\ln(1 - x))^2}$

i) $f'(t) = \frac{2(1 - \ln t)}{t^2}$

j) $h'(a) = \frac{2 - \ln 2a}{2a\sqrt{a}}$

9

a) $f'(x) = \frac{4}{x}$

b) $f'(x) = \frac{1}{x}$

c) $f'(x) = -\frac{1}{x}$

d) $f'(x) = -\frac{2}{x}$

e) $f'(x) = \frac{1}{x(x + 1)}$

f) $f'(x) = \frac{2}{1 - x^2}$

g) $f'(x) = \frac{-2}{1 - x}$

h) $f'(x) = \frac{1 - 2x}{2x(1 + 2x)}$

i) $f'(x) = \frac{1}{2x(1 - x)}$

j) $f'(t) = -\frac{1}{2t + 1}$

10

a) $F(x) = 2 \ln |x|;\ \ x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

b) $F(x) = \frac{2}{3} \ln |x|;\ \ x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

c) $F(x) = \frac{x^2}{2} - \ln |x|;\ \ x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

d) $F(x) = \ln |x - 1|;\ \ x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

e) $F(x) = \frac{1}{|1 - x|};\ \ x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

f) $F(x) = \frac{1}{2} \ln |2x - 1|;\ \ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

g) $F(x) = -\frac{3}{2} \ln |1 - 2x|;\ \ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

h) $F(x) = \frac{1}{3} \ln |2 + 3x|;\ \ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{3}\right\}$

i) $F(t) = \frac{4}{3} \ln |3t + \sqrt{2}|;\ \ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}\sqrt{2}\right\}$

j) $G(s) = -2 \ln \left|1 - \frac{s}{2}\right|;\ \ x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Lösungen zu den Aufgaben Exponential- und Logarithmusfunktion (7.5.-10.5.)

S. 264

11 a) $f(x) = \frac{2x+2-1}{x+1} = \frac{2(x+1)}{x+1} - \frac{1}{x+1} = 2 - \frac{1}{x+1}$; $x \neq -1$;
$F(x) = 2x - \ln|x+1|$; $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

b) $f(x) = 1 + \frac{1}{1-x}$; $x \neq 1$; $F(x) = x - \ln|1-x|$; $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

c) $f(x) = x + \frac{1}{x+1}$; $x \neq -1$; $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x+1|$; $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

d) $f(x) = x^2 + 2x + 4 + \frac{9}{x-2}$; $x \neq 2$; $F(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + 4x + 9\ln|x-2|$; $x \neq 2$

e) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{3}{4x+2}$; $F(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\ln|4x+2|$; $x \neq -\frac{1}{2}$

S. 280 / 281

12 a) $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2}$ b) $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-x^2}$ c) $F(x) = -\frac{1}{6}e^{1-3x^2}$

d) $F(x) = 2e^{\sqrt{x}}$ e) $F(x) = -e^{\frac{1}{x}}$

13 a) $F(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ b) $F(x) = \frac{1}{3}(\ln x)^3$ c) $F(x) = \frac{2}{3}(\ln x)^{\frac{3}{2}}$

d) $F(x) = \ln|\ln x|$ e) $F(x) = \frac{1}{2}(\ln 2x)^2$

14 a) $F(x) = -\frac{1}{2}\cos x^2$ b) $F(x) = \frac{1}{\pi}\sin\frac{\pi}{2}x^2$

c) $F(x) = -\frac{2}{\pi^2}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)^2$ d) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - t^2\right) = \cos t^2$; $F(t) = \frac{1}{2}\sin t^2$

e) $F(x) = 2\sin\sqrt{x}$

15 a) $F(x) = \frac{1}{2}\sin^2 x$ b) $F(x) = \frac{1}{3}\sin^3 x$

c) $F(x) = \ln|\sin x|$ d) $F(x) = -\ln|\cos x|$

16 a) $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} - \frac{1}{3}e^{-3x}$ b) $F(x) = \ln(1+e^x)$

c) $F(x) = -\ln(1+e^{-2x})$ d) $F(x) = \ln(e^x + e^{-x})$

17 a) $F(x) = 2\ln(e^x+1) - e^{-x} - x$ (Setze $e^{-x} = z$; dann $z + 1 = u$)

b) $F(x) = 1 - \ln x - 2\ln(1 - \ln x)$

c) $F(x) = -\cos x + \frac{1}{3}\cos^3 x$

d) $F(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\sin x \cdot \cos x$

S. 265

21 a) 2,67 b) $1{,}0968 \approx 1{,}10$ c) 2,17 d) 5,05 e) 12,53 f) 22,46

g) 1,58 h) $1{,}46497 \approx 1{,}46$ i) $-0{,}11$ j) 1,18 k) 0,78 l) $\frac{1}{4}$

24 a) $f(x) = e^{x\cdot\ln 4}$; $f'(x) = \ln 4 \cdot e^{x\cdot\ln 4} = 4^x \cdot \ln 4$; $F(x) = \frac{4^x}{\ln 4}$

b) $f(x) = e^{x\cdot(\ln 2 - \ln 3)}$; $f'(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot (\ln 2 - \ln 3)$; $F(x) = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^x}{\ln 2 - \ln 3}$

c) $f(x) = e^{x\cdot\ln 2,5}$; $f'(x) = 2{,}5^x \cdot \ln 2{,}5$; $F(x) = \frac{2{,}5^x}{\ln 2{,}5}$

h) $f'(t) = -2 \cdot 3^{1-2t} \cdot \ln 3$; $F(t) = \frac{3^{1-2t}}{-2\cdot\ln 3}$

j) $f'(x) = -1{,}5 \cdot 2^{-\frac{3}{2}x} \cdot \ln 2$; $F(x) = \frac{2^{-\frac{3}{2}x}}{-1{,}5\cdot\ln 2}$