

KORRESPONDENZKREIS MATHEMATIK

Regierungsbezirk Chemnitz

A u f g a b e n

Klasse 8

2023/24

Serie 2

1) Ermittle die Lösungsmengen der folgenden linearen Kongruenzen:

a) $18x \equiv 90 \pmod{42}$ b) $307x \equiv 21 \pmod{13}$ c) $85x \equiv 9 \pmod{15}$

d) $1474x \equiv 5226 \pmod{670}$ e) $81x \equiv 162 \pmod{13}$ f) $77x \equiv 308 \pmod{99}$

(6 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 3.1. (Lineare Kongruenzen); wiederhole im „Arbeitsmaterial Kl.7“ die Abschnitte 3.1. (Euklidischer Algorithmus) und 3.3. (Das Rechnen mit Kongruenzen).]

2) Ermittle den Wahrheitswert folgender Aussagen und beweise bzw. widerlege diese Aussagen.

Ist eine der Aussagen wahr, dann beweise sie *indirekt*.

a) Wenn $(a^2 + b^2)$ durch 5 teilbar ist, dann ist sowohl a als auch b durch 5 teilbar.

b) Wenn $(a^2 + b^2)$ durch 7 teilbar ist, dann ist sowohl a als auch b durch 7 teilbar.

Dabei seien a und b natürliche Zahlen.

(6 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 1.2. (Indirekte Beweise); wiederhole im „Arbeitsmaterial Kl.7“ den Abschnitt 3.3. (Das Rechnen mit Kongruenzen) und auf Seite 3 die Regeln von de-Morgan.]

3) Ermittle alle Paare $(a; b)$ aus natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllen:

(1) Die Summe von a und b beträgt 324.

(2) Der größte gemeinsame Teiler von a und b ist 36.

(3) Die Zahl a ist größer als die Zahl b, aber nicht größer als das Doppelte von b.

(6 P)

4)

a) Ein Spieler setzt bei einem Spiel erst 1 € ein und verliert, dann 2 €, 3 € und so weiter und verliert; jedes Mal einen Euro mehr.

Beim wievielten Spiel erhält der Spieler im Falle eines Gewinns sein ganzes Geld zurück, wenn die Bank den zehnfachen Einsatz auszahlt?

b) Die Bank zahlt nun den k-fachen Satz ($k \in \mathbb{N}$) zurück.

Beim wievielten Spiel erhält der Spieler jetzt sein ganzes Geld zurück?

c) Ein Spieler behauptet, dass er beim 12. Spiel seinen ganzen Einsatz zurück bekommen habe.

Kann diese Behauptung stimmen? (6 P)

5) a) Addiere folgende Brüche und zerlege den Zähler und den Nenner des Resultats

so weit wie möglich in Faktoren. $\frac{x+y}{3x-5y} + \frac{x+y}{3x+5y} = \dots\dots\dots$ (3 P)

b) Berechne und vereinfache so weit wie möglich.

$(\frac{x+y}{3x-5y} + \frac{x+y}{3x+5y}) : \frac{5x^2+10xy+5y^2}{9x^2-25y^2} = \dots\dots\dots$ (3 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial Kl. 7“ noch einmal den Abschnitt 4.3. (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen“

Zum Lösen der Aufgaben 5a) und 5b) benötigst du u.a. einige binomische Formeln.]

Schicke deine Lösungen bis zum **18.10.2023** an ...