Bezirkskomitee Chemnitz zur Förderung
mathematisch-naturwissenschaftlich begabter und interessierter Schüler

www.bezirkskomitee.de

Trainingsaufgaben für die Mathematik-Olympiade

für individuell betreute Schüler der Klassenstufe 7 zur Vorbereitung einer erfolgreichen Teilnahme an der 3. Stufe der 51. Mathematik-Olympiade

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

du hast zum Schuljahresbeginn den Teil 1 einer Auswahl von Aufgaben erhalten, die in den vergangenen Jahren in der Mathematik-Olympiade gestellt wurden. Vielen Schülern haben diese Trainingsaufgaben dabei geholfen, die 2. Stufe der Mathematikolympiade erfolgreich zu absolvieren und die 3. Stufe zu erreichen. Das hat zwar nicht in jedem Fall geklappt, aber vielleicht zeigt sich der Erfolg ja auch erst im nächsten Jahr.

Die beiliegenden Aufgaben von **Teil 2** sind in 4 Gruppen eingeteilt (Logik/Kombinatorik; Sachaufgaben und Prozentrechnung; Zahlentheorie; Geometrie). Die jeweils hinter der Aufgabennummer angegebene Prozentzahl zeigt an, welcher Anteil der insgesamt bei dieser Aufgabe erreichbaren Punkte von den Startern des jeweiligen Olympiadejahrgangs im Regierungsbezirk Chemnitz tatsächlich erreicht wurde.

Empfehlungen für ein erfolgreiches Training: Teile dir die Arbeit in Etappen ein und wähle für jede Etappe Aufgaben aus allen vier Themengebieten aus. Dein Betreuer wird dich dabei beraten.

Damit du den Überblick über die bereits bearbeiteten Aufgaben behältst, kannst du in der Übersicht immer ankreuzen, welche Aufgabe du schon bearbeitet hast.
Dein Betreuer erhält neben den Aufgaben auch die Lösungen. Nach dem Besprechen einer Aufgabe wird er dir eine Kopie der zugehörigen Lösung geben. Er wird dir mitteilen, zu welchen Aufgaben du eine schriftliche Lösung anfertigen sollst, damit er erkennen kann, bis zu welchem Grad du die Technik des Darstellens einer Lösung bereits beherrschst. Bei allen anderen Aufgaben reicht es aus, wenn du dir Notizen zu dem von dir

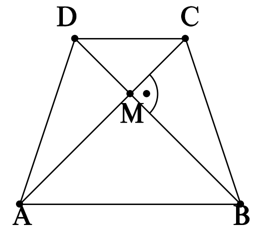
gefundenen Lösungsweg machst. Wenn du trotz Anstrengung keinen Lösungsweg findest, dann notiere dir die gescheiterten Lösungsversuche. Dein Betreuer wird dir in der Besprechung dann entsprechende Tipps geben.

Aufgaben-nummer		Seite	bearbeitet	mit Betreuer besprochen	Bemerkungen, Hinweise, Notizen
440736	70%	3			
410734	75%	3			
430735	45%	3			
440735	40%	4			
480731	74%	4			
460735	60%	4			
430732	57%	5			
460734	50%	5			
370733	51%	6			
470734	46%	6			
410733	60%	7			
440732	59%	7			
450736	47%	8			
400735	40%	8			
410736	45%	9			
450732	39%	9			
490735	65%	10			
410731	42%	10			
490733	36%	10			
440733	42%	11			
390733	31%	11			
460736	44%	12			
460733	39%	12			
370732	29%	13			
420733	29%	13			
400736	27%	13			
450733	18%	14			
490736	32%	15			
470732	30%	15			

Aufgabe 490736 (32%)

Bei einem gleichschenkligen Trapez ABCD schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig, siehe die nicht maßstabsgerechte Abbildung. Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand 7 cm .

Ermittle den Flächeninhalt dieses Trapezes.



Aufgabe 470732 (30%)

Über ein Viereck ABCD wird vorausgesetzt:

(1) Die Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel.

(2) Die Seiten $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ und $\overline{AD}$ sind gleichlang.

(3) Die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ sind gleichlang und haben eine andere Länge als $\overline{BC}$.

Ermittle die Größen der Innenwinkel dieses Vierecks.

Aufgabe 450733 (18%)

a) Zwei deckungsgleiche, rechteckige Bögen Papier liegen, wie in Abbildung A450733 angegeben, aufeinander. Insbesondere darf vorausgesetzt werden, dass die Ecke A’ auf der Seite $\overline{AD}$ liegt und dass die Seite $\overline{B'C'}$ über die Ecke B verläuft.
Untersuche, ob der „sichtbare“ Teil des Rechtecks ABCD kleiner, größer oder gleich dem „abgedeckten“ Teil ist.

b) Von zwei Vierecken *ABCD* und *A’B’C’D’* wird gefordert:

(1) Die Vierecke sind kongruente Rechtecke und es gilt *C* = *D’*.
(2) *A’* liegt auf der Seite $\overline{AD}$.
(3) $\overline{AB}$ und $\overline{A'B'}$ schneiden einander im Punkt *F*.

Weise nach, dass unter diesen Voraussetzungen A’FBC stets ein Drachenviereck ist und B stets auf der Seite $\overline{B'C'}$ liegt.

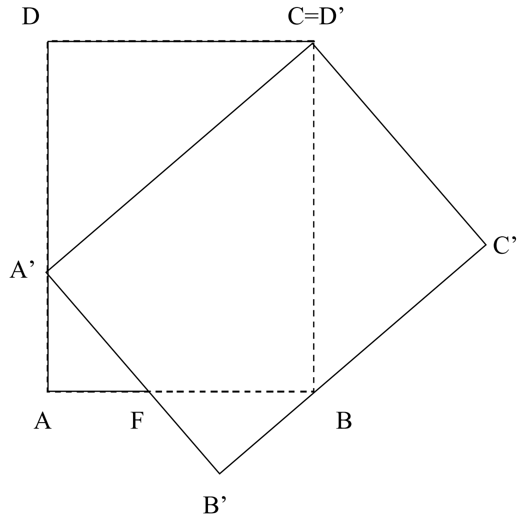


Abbildung A450733

I. Logik/Kombinatorik

Aufgabe 410734 (75%)

Auf einem Tisch stehen drei äußerlich vollkommen gleiche Dosen. In einer von ihnen liegen zwei schwarze Kugeln, in einer anderen eine schwarze und eine weiße Kugel, in der dritten zwei weiße Kugeln. Auf den Deckeln der Dosen steht geschrieben: „2 schwarze“, „2 weiße“, „schwarz und weiß“. Allerdings wurden die Deckel so vertauscht, dass keine dieser Aufschriften den Tatsachen entspricht.

Wie kann man durch Herausnehmen einer einzigen Kugel aus einer der drei Dosen – ohne in diese Dose hineinzuschauen – ermitteln, welche Kugeln in den einzelnen Dosen liegen?

Aufgabe 440736 (70%)

Ein defekter Aufzug in einem Hochhaus mit 72 Stockwerken lässt sich nur mit zwei Knöpfen, einem roten und einem grünen, in Bewegung setzen. Drückt man den roten Knopf, fährt der Lift – ohne anzuhalten – genau sieben Etagen nach oben; wird dagegen der grüne Knopf betätigt, bewegt er sich exakt neun Stockwerke tiefer.

a) Zeige: Es ist möglich, mit dem Aufzug vom ersten in den 72. Stock zu gelangen.
b) Welche Mindestanzahl von Knopfdrücken ist notwendig?
c) Gib eine mögliche Tastenkombination an, die mit den wenigsten Knopfdrücken auskommt.

Aufgabe 430735 (45%)

a) In einer Ebene seien sieben Punkte so gegeben, dass keine drei von ihnen auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Ermittle die Anzahl aller derjenigen Dreiecke, deren Ecken drei der gegebenen Punkte sind.

b) In einer Ebene seien n Punkte so gegeben, dass keine drei von ihnen auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Ermittle die Anzahl Z aller derjenigen Dreiecke, deren Ecken drei der gegebenen Punkte sind in Abhängigkeit von n .

Hinweis: In dieser Aufgabe ist auch bei Verwendung einer als bekannt angegebenen allgemeinen Formel eine Begründung zu erbringen.

Aufgabe 440735 (40%)

Auf wie viele verschiedene Arten kann man die Flächen eines Würfels mit sechs gegebenen Farben färben, wenn jede Farbe nur für eine Fläche verwendet werden darf?

Als verschieden gelten nur die Färbungen, die nicht durch Drehung des Würfels ineinander übergeführt werden können.

II. Sachaufgaben und Prozentrechnung

Aufgabe 480731 (74%)

Eine Firma stellt Geräte her. Die Herstellungskosten betragen 20 Euro pro Gerät. Durchschnittlich 5 Prozent der Geräte erweisen sich nach dem Verkauf als defekt. Sie werden kostenlos durch neue Geräte ersetzt.
Die Firma möchte insgesamt einen Gewinn von 10 Prozent der Herstellungskosten erwirtschaften.

Zu welchem Preis muss sie ein Gerät verkaufen, wenn man vereinfachend annimmt, dass genau 5 Prozent der Geräte defekt und die Ersatzgeräte stets in Ordnung sind?

Aufgabe 460735 (60%)

Gabis Vater hat in einem Kasten einen Restbestand von insgesamt 40 gleich aussehenden Tulpenzwiebeln von Tulpen der Farben violett, orange, weiß, rot und gelb aufbewahrt. Gabi fragt ihn, wie viele Zwiebeln für Tulpen der angegebenen Farben im Kasten sind. Der Vater entgegnet:
„Die Frage kannst du dir mit folgenden Informationen selbst beantworten: Im Kasten sind die Zwiebeln von doppelt so vielen violetten wie orangefarbenen, von doppelt so vielen weißen wie violetten und von halb so vielen roten wie violetten Tulpen. Die restlichen Zwiebeln sind von gelben Tulpen. Damit man mit Sicherheit fünf Tulpen gleicher Farbe erhält, muss man mindestens 19 Zwiebeln in den Boden stecken.“

Wie viele Zwiebeln befinden sich zu jeder Tulpenfarbe in dem Kasten?

Aufgabe 370732 (29%)

In einem Kreis mit dem Mittelpunkt M seien A und C die Endpunkte eines Durchmessers. Durch A und durch C seien zwei Geraden gezogen, die zueinander parallel sind und die den Kreis in B bzw. D schneiden.
Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen die Gerade BD stets durch den Mittelpunkt M dieses Kreises geht.

Aufgabe 420733 (29%)

ABCD sei ein Rechteck mit den Seitenlängen $|AB| = |CD| = a$ und $|BC| = |DA| = b$, wobei $a > b$ ist. Die vier Halbierenden der Innenwinkel schneiden einander in den Punkten E, F, G und H.

a) Beweise, dass das Viereck EFGH unter diesen Voraussetzungen ein Quadrat ist.

b) Ermittle den Flächeninhalt des Quadrates EFGH, wenn $a = 8$ cm und $b = 5$ cm vorausgesetzt wird.

c) Ermittle den Flächeninhalt des Quadrates EFGH in Abhängigkeit von a und b.

Aufgabe 400736 (27%)

Es sei ABC ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei A. Über der Seite $\overline{BC}$ sei ein Quadrat mit dem Diagonalenschnittpunkt S so gezeichnet, dass das Dreieck ABC nicht überdeckt wird. Das Lot von S auf die Gerade AB habe den Fußpunkt D. Das Lot von S auf die Gerade AC habe den Fußpunkt E.

Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen das Viereck ADSE stets ein Quadrat ist.

Aufgabe 460736 (44%)

In einem Trapez ABCD mit AB || CD bezeichnen a und c die Längen der Seiten $\overline{AB}$ bzw. $\overline{CD}$, h die Länge der Höhe, F den Flächeninhalt, und es gelte a > c.

a) Berechne c, wenn a = 8,5 cm, h = 4,5 cm und F = 29,25 cm² gelten.
b) Drücke F allgemein durch a aus, wenn a um 3 cm länger als c und doppelt so groß wie h ist.
c) Die Parallele zu BD durch C schneide die Parallele zu AD durch B im Punkt E. Beweise, dass die Flächeninhalte der Dreiecke ABE und ACD gleich sind.

Aufgabe 460733 (39%)

Wir betrachten gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke *ABC* mit dem rechten Winkel in *C* und dem Mittelpunkt *M* der Seite $\overline{AB}$.

a) Es seien F der Fußpunkt des Lotes von M auf $\overline{BC}$ und G der Fußpunkt des Lotes von M auf $\overline{AC}$.
Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt: Die Summe der Flächeninhalte der Dreiecke AMG und MBF ist halb so groß wie der Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

b) Es seien P ein beliebiger Punkt auf $\overline{AB}$, D der Fußpunkt des Lotes von P auf $\overline{BC}$ und E der Fußpunkt des Lotes von P auf $\overline{AC}$.
Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt: Die Rechtecke PDCE haben alle denselben Umfang.

c) Es seien P ein beliebiger, von M verschiedener Punkt auf $\overline{AB}$, D der Fußpunkt des Lotes von P auf $\overline{BC}$ und E der Fußpunkt des Lotes von P auf $\overline{AC}$.
Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt: Die Summe der Flächeninhalte der Dreiecke APE und PBD ist größer als die Hälfte des Flächeninhalts des Dreiecks ABC.

Aufgabe 430732 (57%)

Jutta und Britta, zwei Schwestern, haben einen Schulweg von 3 km Länge. Meist fahren sie mit dem Fahrrad, aber heute muss Jutta zu Fuß gehen. Sie bricht um 7.30 Uhr auf. Um 7.45 Uhr holt Britta sie mit dem Fahrrad ein. Als Britta ihre Schwester überholen wollte, fiel ihr ein, dass sie ihr Sportzeug vergessen hat. Sie fährt noch einmal zurück nach Hause und macht sich ohne Zeitverzug wieder auf den Weg. Um 7.55 Uhr holt sie Jutta zum zweiten Mal ein. Um 8 Uhr ist Britta in der Schule.

a) Wann erreicht Jutta die Schule?

b) Wann fuhr Britta zum ersten Mal und wann fuhr sie zum zweiten Mal zu Hause ab? (Runde dabei auf volle Minuten.)

Hinweis: Wir gehen davon aus, dass sich die Schwestern jeweils mit konstanter Geschwindigkeit fortbewegen.

Aufgabe 460734 (50%)

Es ist lange eiskalt gewesen. Der Osterhase hat die Ostereier noch nicht verstecken können. In neun Tagen ist Ostern. „Das schaffe ich nicht! Wenn ich die Ostereier ganz allein verteilen soll, brauche ich vierzehn Tage“, denkt er. Er bittet Lisa, seine Tochter: „Du musst mir helfen!“ – „Aber sicher!“, antwortet sie. „Nur, so viel wie du kann ich nicht tragen. Selbst gemeinsam brauchen wir noch zehn Tage.“ – „Dann muss uns Fridolin helfen“, beschließt Vater Osterhase, „zu dritt schaffen wir die Arbeit in acht Tagen.“ Da mault Fridolin „Acht Tage schuften, gerade jetzt, da das Wetter endlich schöner wird. Fünf Tage, und keinen Tag länger!“

a) Ist das Verstecken der Ostereier in neun Tagen zu schaffen, wenn Fridolin nur fünf Tage hilft?

b) Wie lange müsste Fridolin mitarbeiten, wenn Lisa genauso lange wie ihr Bruder aushelfen wollte?

Aufgabe 370733 (51%)

a) Eine Ware mit dem Verkaufspreis a wird um 20% erhöht und hat danach den neuen Preis a_1. Dieser wiederum wird nach einer gewissen Zeit um 20% gesenkt und beträgt danach a_2.
Um wie viel Prozent liegt der Preis a_2 über oder unter dem Preis a_1?

b) Eine Ware wird um n Prozent im Preis erhöht; der neue Preis sei a_1. Dieser wird später um n Prozent gesenkt und beträgt dann a_2.
Um wie viel Prozent liegt a_2 über oder unter a_1?

c) Ein Preis a wird zunächst um x Prozent erhöht, der so erhaltene Preis a_1 danach um y Prozent gesenkt, was den Endpreis a_2 ergibt.
Ermittle y in Abhängigkeit von x , wenn gefordert wird, dass $a = a_2$ gilt.

Aufgabe 470734 (46%)

Tim und Tom sind gute Freunde. Nach dem (in vollen Lebensjahren angegebenen) Alter gefragt antwortet Tim: „Ich bin jetzt doppelt so alt, wie Tom war, als ich so alt war, wie Tom jetzt ist. Wenn Tom so alt sein wird, wie ich jetzt bin, dann werden wir zusammen 63 Jahre alt sein."

Wie alt ist Tim? Wie alt ist Tom?
Überprüfe deine Ergebnisse durch eine Probe.

IV. Geometrie

Aufgabe 440733 (42%)

Von einem Trapez ABCD wird vorausgesetzt, dass die Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ parallel verlaufen und $\overline{AB}$ länger als $\overline{CD}$ ist.

a) Beweise: Wenn $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ und $\overline{CD}$ gleich lang sind, dann halbiert die Diagonale $\overline{AC}$ den Winkel BAD.

b) Die Umkehrung eines Satzes (auch Kehrsatz genannt) erhält man, wenn man die Voraussetzung und die Behauptung vertauscht.
Wie lautet die Umkehrung des in Teil a) formulierten Satzes?
Untersuche, ob sie richtig oder falsch ist!

c) Setzt man voraus, dass im Trapez ABCD sowohl $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ und $\overline{CD}$ gleich lang sind als auch $\overline{AB}$ doppelt so lang wie $\overline{CD}$ ist, dann kann man die Größen der Innenwinkel im Trapez angeben.
Ermittle die Größen der vier Innenwinkel und vergiss auch hier nicht, deine Feststellungen zu begründen.

Aufgabe 390733 (31%)

Maxi konstruiert ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit den Schenkeln $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ sowie die von C ausgehende Innenwinkelhalbierende; D sei ihr Endpunkt auf $\overline{AB}$. Sie verlängert $\overline{CD}$ über D hinaus bis zu demjenigen Punkt E, für den die Strecken $\overline{DE}$ und $\overline{DB}$ einander gleich lang sind. Sie stellt fest: Ihre Konstruktion ist so beschaffen, dass $EB \| AC$ gilt.
Welche Größe α muss, um dies zu erreichen, der Innenwinkel $\angle BAC$ in dem Dreieck ABC haben, mit dem Maxi die Konstruktion begann?

Aufgabe 490735 (65%)

Es sei m die Anzahl aller Möglichkeiten, in der Ungleichung $a < b$ die Variablen a und b durch ganze Zahlen von 0 bis n so zu ersetzen, dass diese Ungleichung dabei stets erfüllt wird.

a) Ermittle diese Anzahl m für den Fall, dass $n = 20$ gilt.

b) Ermittle die Zahl n, für die $m = 820$ gilt.

c) Gib eine begründete Vermutung für eine Formel für m in Abhängigkeit von n an und überprüfe sie an deinem Ergebnis von b).

Aufgabe 410731 (42%)

In den arabischen Erzählungen von den tausendundein Nächten, die vor vielen hundert Jahren gesammelt wurden, finden wir das folgende Rätsel:

Eine fliegende Taubenschar kam zu einem hohen Baume, und ein Teil von ihnen setzte sich auf den Baum, ein anderer Teil darunter. Da sprachen die auf dem Baume zu denen, die unten waren: „Wenn eine von euch herauf fliegt, so seid ihr ein Drittel von uns allen; und wenn eine von uns herab fliegt, so werden wir euch an Zahl gleich sein."

Wie viele Tauben setzten sich auf den Baum und wie viele darunter?

Hinweis: Eine Probe sollte zwar durchgeführt, sie muss jedoch nicht mit aufgeschrieben werden.

Aufgabe 490733 (36%)

Ermittle die Anzahl aller geordneten Zahlentripel (x;y;z) positiver ganzer Zahlen, welche die Gleichung

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$$

erfüllen.

III. Zahlentheorie

Aufgabe 410733 (60%)

König Sigmund will seinen beiden Söhnen Raimund und Edmund einen Schatz gerecht aufgeteilt vererben. Der Schatz besteht aus 22 Goldstücken mit den Massen von 1 g, 2 g, ..., 22 g. Er versucht, die Goldstücke so aufzuteilen, dass beide Söhne die gleiche Masse Gold bekommen. Als ihm das nicht gelingt, fragt er seinen Freund, den König Hamar um Rat. Hamar ist Mathematiker und macht folgenden Vorschlag: „Ich stelle dir eine Aufgabe. Wenn du sie löst, bekommst du von mir ein Goldstück von 23 g. Damit wird dir eine gleichmäßige Aufteilung an deine Söhne gelingen. Löst du die Aufgabe nicht, bekomme ich deine Goldstücke von 21 g und 22 g. Auch dann kannst du deinen Schatz gerecht verteilen."

a) Zeige, dass für 20 Goldstücke und für 23 Goldstücke eine gerechte Verteilung möglich ist! Gib jeweils eine geeignete Verteilung an!

b) Zeige, dass für 22 Goldstücke eine gerechte Verteilung nicht möglich ist!

c) Für welche Anzahlen n von Goldstücken mit einer derartigen Massenverteilung ist eine gerechte Verteilung möglich, für welche nicht?

Beweise deine Angaben.

Aufgabe 440732 (59%)

Ermittle alle vierstelligen natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen erfüllen:

(1) Die Summe aus den Ziffern, die an der Tausender- und der Hunderterstelle stehen, ist gleich der Zahl, die sich ergibt, wenn man in der gesuchten Zahl die beiden mittleren Ziffern streicht.

(2) Die in (1) genannte Summe ist kleiner als das Doppelte der Ziffer an der Zehnerstelle.

(3) Genau eine der vier Ziffern der gesuchten Zahl ist eine Primzahl.

Aufgabe 450736 (47%)

Ein Korb mit Nüssen soll unter Kindern wie folgt verteilt werden:

Das erste Kind bekommt 5 Nüsse, das zweite Kind eine Nuss mehr, das dritte zwei Nüsse mehr als das erste Kind usw. Dann ist der Korb leer.

a) Wie viele Nüsse müssen in dem Korb sein, wenn sie an 21 Kinder verteilt werden sollen und keine Nuss übrig bleiben soll?
Wie viele Nüsse aus diesem Korb würde jedes der 21 Kinder bekommen, wenn alle Kinder gleich viele Nüsse erhalten („Gleichverteilung“)?

b) Gib eine Anzahl k von Kindern an, für welche eine Gleichverteilung der Nüsse im Korb nicht möglich ist und begründe dies!

Wir betrachten jetzt eine andere Art der Verteilung: Das erste Kind erhält n Nüsse. Jedes folgende Kind erhält die gleiche gerade Anzahl $2 \cdot m$ von Nüssen mehr als das vorhergehende.

c) Wie viele Nüsse müssen im Korb sein, wenn sie an 21 Kinder verteilt werden sollen und $m = 3$ ist? Wie viele Nüsse würde jetzt jedes der 21 Kinder bei Gleichverteilung bekommen?

d) Zeige, dass bei dieser Verteilung für alle Anzahlen k von Kindern alle Kinder auch gleich viele Nüsse bekommen könnten. Wie viele Nüsse erhält jedes Kind bei Gleichverteilung (ausgedrückt durch k, m und n)?

Aufgabe 400735 (40%)

Zwei Primzahlen p und q heißen Primzahlzwillinge, wenn für sie $q = p + 2$ gilt. Es seien p und q Primzahlzwillinge und es gelte $p > 3$.

Beweise, dass dann die Summe aus p, q und der Zahl, die zwischen ihnen steht, stets durch 18 teilbar ist.

Aufgabe 410736 (45%)

a) Gegeben sei die Zahl 523.
Bilde aus den 3 Ziffern dieser Zahl alle zweistelligen Zahlen so, dass jede dieser zweistelligen Zahlen jede der 3 Ziffern höchstens einmal enthält.
Berechne die Summe s dieser zweistelligen Zahlen.

b) Ermittle alle dreistelligen natürlichen Zahlen z, die folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllen:

(1) Die Summe aller derjenigen zweistelligen Zahlen, die sich wie im Aufgabenteil a) aus den Ziffern von z bilden lassen, beträgt z.

(2) Die Ziffern von z sind ungleich Null.

(3) Die drei Ziffern von z sind untereinander verschieden.

c) Untersuche, ob die im Aufgabenteil b) gestellte Aufgabe weitere Lösungen besitzt, wenn man die Bedingung (3) weglässt.

Aufgabe 450732 (39%)

Gegeben sind folgende vier Aussagen über zwei positive ganze Zahlen a und b:

(1) Die Summe $(a + b)$ ist ein Vielfaches von 3.

(2) Die Summe $(a + 4 \cdot b)$ ist eine Primzahl.

(3) Die Zahl a lässt sich wie folgt darstellen: $a = 8 \cdot b + 5$.

(4) Die Zahl b ist ein Teiler von $(a + 1)$.

Es ist bekannt, dass genau eine dieser Aussagen falsch ist. Finde die falsche Aussage heraus und ermittle alle Zahlenpaare $(a ; b)$, welche die wahren Aussagen erfüllen.