

480733 (78%)

Die folgende Knobelaufgabe wurde einem 1980 in Moskau erschienenen Buch entnommen:

In einer Stadt lebten einst zwei Sonderlinge, Tschuk und Gek, mit ganz merkwürdigen Eigenschaften. Während Tschuk montags, dienstags und mittwochs stets log, sagte er an den übrigen Wochentagen stets die Wahrheit. Gek log immer an Dienstagen, Donnerstagen und Samstagen, während er an allen anderen Tagen nur die Wahrheit sagte.

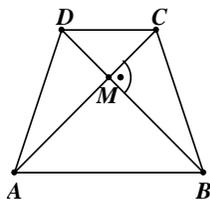
Als ein Reporter dieses unzertrennliche Paar traf, fragte er einen von ihnen: „Sag mal, wie heißt du?“ Ohne zu zögern antwortete dieser: „Tschuk.“ - „Und welcher Wochentag ist heute?“, fragte der Reporter weiter. „Gestern war Sonntag“, sagte sein Gesprächspartner. „Und morgen ist Freitag“, fügte dessen Freund hinzu, der bislang geschwiegen hatte. „Wie denn das?“, wunderte sich der Reporter und wandte sich an den Freund: „Bist du sicher, dass du die Wahrheit sprichst?“ - „Ich sage mittwochs immer die Wahrheit“, hörte er die Antwort, und plötzlich waren die beiden Sonderlinge verschwunden. Nachdem der Reporter zu Hause scharf nachgedacht hatte, kam er dahinter, wer von den beiden Freunden Tschuk und wer Gek war.

Weise nach, dass man aus dieser Geschichte zweifelsfrei ermitteln kann, wen der Reporter zuerst befragt hat und an welchem Wochentag das Gespräch stattgefunden hat.

490736 (32%)

Bei einem gleichschenkligen Trapez  $ABCD$  schneiden die Diagonalen einander rechtwinklig (siehe die nicht maßstabgerechte Abbildung). Die beiden parallelen Seiten haben den Abstand  $7\text{ cm}$ .

Ermittle den Flächeninhalt dieses Trapezes.



## Trainingsaufgaben für die Mathematik-Olympiade

für individuell betreute Schüler der Klassenstufe 6/7 zur Vorbereitung einer erfolgreichen Teilnahme an der 2./3. Stufe der 52. Mathematik-Olympiade

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

beiliegend erhältst du den **Teil 1** einer Auswahl von Aufgaben, die in den vergangenen Jahren in der Mathematik-Olympiade der Klassenstufe 7 gestellt wurden. Wenn du dich mit diesen Aufgaben beschäftigst, steigen deine Chancen, durch ein gutes Abschneiden bei der 2. Stufe die Qualifikation zur 3. Stufe zu schaffen. Sollte dir das gelingen, dann erhältst du im Dezember den **Teil 2** mit den etwas schwierigeren Aufgaben.

Die beiliegenden Aufgaben sind in 5 Gruppen eingeteilt (Logik/Kombinatorik; Sachaufgaben (mit Prozentrechnung); Zahlentheorie; Geometrie, Vermischte Aufgaben). Die jeweils hinter der Aufgabennummer angegebene Prozentzahl zeigt an, welcher Anteil der insgesamt bei dieser Aufgabe erreichbaren Punkte von den Startern des jeweiligen Olympiadejahrgangs im Regierungsbezirk Chemnitz tatsächlich erreicht wurde.

**Empfehlungen für ein erfolgreiches Training:** Teile dir die Arbeit in Etappen ein und wähle für jede Etappe Aufgaben aus allen Themengebieten aus. Dein Betreuer wird dich dabei beraten. Der Betreuer erhält neben den Aufgaben auch die Lösungen. Nach dem Besprechen einer Aufgabe wird er dir eine Kopie der zugehörigen Lösung geben. Arbeite diese Lösung sorgfältig durch, damit du lernst, wie man eine gefundene Lösung auch vollständig und korrekt aufschreibt. Der Betreuer wird dir mitteilen, zu welchen Aufgaben du eine schriftliche Lösung anfertigen sollst, damit er erkennen kann, bis zu welchem Grad du die Technik des Darstellens einer Lösung beherrschst. Bei allen anderen Aufgaben reicht es aus, wenn du dir Notizen zu dem von dir gefundenen Lösungsweg machst. Wenn du trotz Anstrengung keinen Lösungsweg findest, dann notiere dir die gescheiterten Lösungsversuche. Dein Betreuer wird dir in der Besprechung dann entsprechende Tipps geben.

Damit du den Überblick über die bereits bearbeiteten Aufgaben behältst, sollst du in der Übersicht immer ankreuzen, welche Aufgabe du schon bearbeitet hast.

Wir wünschen dir beim Rechnen und Knobeln viel Erfolg und Freude!

Aufgabennummer	Aufgabe bearbeitet	Lösung besprochen	Notizen
460731			
420734			
450735			
490734			
470731			
420735			
450734			
400734			
440734			
390734			
430734			
450731			
420731			
400731			
390731			
440731			
430731			
390735			
420732			
460732			
470735a			
480732			
490732			
430733			
430736			
400732			
420736			
470735b			
410735			
400733			
470733			
480733			
490736			

**410735 (90%)**

Sophie schaut morgens auf die alte Wanduhr in Omas Stube. Der große Zeiger hat seit der letzten vollen Stunde  $\frac{2}{5}$  seiner Kreisbewegung bis zur nächsten Stunde zurückgelegt. Der kleine Zeiger befindet sich zwischen den Ziffern 7 und 8 .

- Wie spät ist es zu diesem Zeitpunkt?
- Berechne die Größe des Winkels, der zu diesem Zeitpunkt von beiden Zeigern gebildet wird.

**400733 (70%)**

a) Zeichne 12 Punkte in einer Ebene so, dass es 5 Geraden  $g_6, g_5, g_4, g_3, g_2$  gibt, die folgende Bedingungen erfüllen:

Auf  $g_6$  liegen genau 6 der 12 Punkte; auf  $g_5$  liegen genau 5 der 12 Punkte; auf  $g_4$  liegen genau 4 der 12 Punkte; auf  $g_3$  liegen genau 3 der 12 Punkte; auf  $g_2$  liegen genau 2 der 12 Punkte.

b) Zeichne möglichst wenig Punkte so, dass es 8 Geraden  $g_9, g_8, \dots, g_2$  gibt, für die gilt: Auf  $g_n$  liegen genau  $n$  der gezeichneten Punkte ( $n = 2, 3, \dots, 9$ ). Nenne die Anzahl der gezeichneten Punkte.

**470733 (67%)**

Von fünf Schulfreundinnen mit den Namen Anne, Beate, Corinna, Doris und Elisabeth ist bekannt, dass jede genau zwei der folgenden Kurse besucht: Mathematik, Physik, Chemie, Biologie, Informatik. Dabei nehmen an jedem Kurs genau zwei der genannten Schülerinnen teil. Weiterhin ist bekannt:

- Anne und Doris besuchen zusammen den Kurs Biologie.
- Beate hat mit Anne und Elisabeth keinen Kurs gemeinsam.
- Von den beiden Schülerinnen, die mit Corinna zusammen einen Kurs besuchen, nimmt die eine noch am Kurs Mathematik, die andere am Kurs Informatik teil.
- Elisabeth nimmt an den Kursen Informatik und Physik teil.

Untersuche, ob aus diesen Angaben eindeutig ermittelt werden kann, welche Kurse die genannten Schülerinnen besuchen. Ist dies der Fall, dann gib diese Zuordnung an.

### Aufgabe 420736 (48%)

Aus 27 gleich großen Spielwürfeln, die mit der üblichen Anordnung der Augenzahlen von 1 bis 6 beschriftet sind (siehe Abbildung A420736 a), wird ein 3 x 3 x 3 - Würfel zusammengesetzt (siehe Abbildung A420736 b) und zwar so, dass immer zwei einander berührende Flächen der Einzelwürfel dieselbe Augenzahl haben.

Beweise, dass dann die Summe der Augenzahlen auf der Oberfläche des 3 x 3 x 3 - Würfels stets durch 27 teilbar ist.

*Bemerkung:* Ein Nachweis, dass ein derartig beschaffener Würfel tatsächlich existiert, wird nicht verlangt.

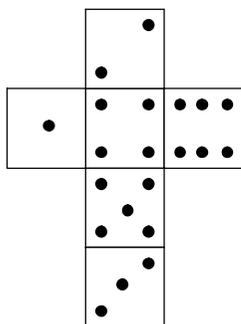


Abb. A420736 a

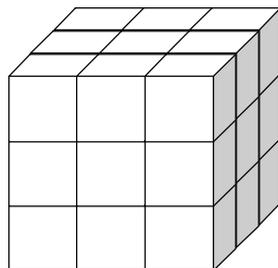


Abb. A420736 b

## V. Vermischte Aufgaben

### 470735b (53%)

Die acht Ziffern 1, 1, 2, 3, 6, 7, 8 und 9 sind so in die Leerstellen einzutragen, dass man die Summe 100 erhält.

$$\square\square + \square\square + \square\square + \square\square = 100$$

Gib eine Lösung an und ermittle, wie viele verschiedene Eintragungen möglich sind.

Die Aufgaben sind den Mathematik-Olympiaden der Schuljahre 1999/2000 (39. MO) bis 2009/10 (49. MO) entnommen; man erkennt dies in der Aufgabennummer an den ersten beiden Ziffern. Sie wurden jeweils in der 3. Stufe (die 5. Ziffer in der Aufgabennummer) in der Olympiadeklasse 7 (die 4. Ziffer) gestellt. Die letzte Ziffer der Aufgabennummer gibt die Nummer der Aufgabe im Wettbewerb an.

Beispiel **Aufgabe 420731**: In der **42.** Mathematik-Olympiade in der Olympiadeklasse **07** zur **3.** Stufe die **1.** Aufgabe.

Beachte beim Bearbeiten den allgemeinen Hinweis:

*Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

## I. Logik / Kombinatorik

### Aufgabe 460731 (87%)

Der Archäologe Otto Findig ist auf der Suche nach einem verschütteten Tempel. Von einem stummen Mönch hat er ein altes Dokument erhalten, das ihm dabei den Weg weisen soll. Es enthält die folgenden verschlüsselten Anweisungen:

„Gehe über drei Brücken. Hinter jeder überquerten Brücke ist eine Weggabelung, bei der man nach rechts, nach links oder geradeaus gehen kann. Jede der genannten Richtungen darf aber nur genau einmal eingeschlagen werden. Bedenke außerdem:

- Gehe nach der ersten Brücke nach rechts.
- Gehe nach der zweiten Brücke nicht nach rechts.
- Gehe nach der dritten Brücke nicht nach links.

Merke aber: Von den drei Aussagen sind genau zwei falsch“.

Zeige: Otto Findig kann mit diesen Hinweisen den Tempel eindeutig finden. Gib an, wie er gehen muss, um auf den Tempel zu stoßen.

**Aufgabe 420734** (82%)

Von 50 befragten Schülern betreiben

- 8 Schwimmen, Tischtennis und Handball,
- 19 Schwimmen und Tischtennis,
- 17 Schwimmen und Handball,
- 20 Tischtennis und Handball,
- 28 Schwimmen,
- 34 Tischtennis,
- 31 Handball.

- a) Wie viele der befragten Schüler betreiben genau eine dieser Sportarten?  
 b) Wie viele der befragten Schüler betreiben keine dieser Sportarten?

**Aufgabe 450735** (76%)

Auf einem Parkstreifen stehen 8 Autos hintereinander. Florian läuft in Fahrtrichtung vorbei und stellt fest:

- (1) Ein Ford steht zwischen einem VW und einem Opel.
- (2) Ein Audi steht vor einem VW und nach einem Opel.
- (3) Ein Opel steht zwischen einem Audi und einem Opel.
- (4) Ein VW steht zwischen einem Ford und einem VW.
- (5) Ein Opel steht zwischen einem Ford und einem Opel.

Gunter behauptet, dass es höchstens zwei verschiedene Reihenfolgen der 8 Autos gibt, welche die Bedingungen (1) bis (5) erfüllen. Heinz dagegen behauptet, dass es mehr als zwei derartige Reihenfolgen gibt.

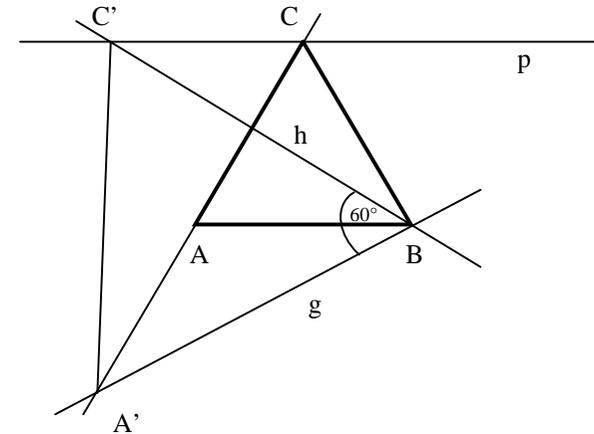
Welcher der beiden Jungen hat Recht?

*Hinweis:* In dieser Aufgabe sind „zwischen, vor und nach“ stets im Sinne von „unmittelbar zwischen, vor und nach“ zu verstehen.

**Aufgabe 430736** (50%)

Die Abbildung zeigt ein gleichseitiges Dreieck  $ABC$ , eine zu  $\overline{AB}$  parallele Gerade  $p$  durch den Eckpunkt  $C$  sowie zwei Geraden  $g$  und  $h$ , die einander in  $B$  unter einem Winkel mit der Größe  $60^\circ$  schneiden. Die Gerade  $g$  schneidet die Gerade durch  $A$  und  $C$  in  $A'$  derart, dass  $A'$  auf der Verlängerung von  $\overline{AC}$  über  $A$  hinaus liegt. Die Gerade  $h$  schneidet  $p$  in  $C'$ .

- a) Beweise, dass unter den gegebenen Voraussetzungen die Dreiecke  $A'BA$  und  $C'BC$  kongruent sind.  
 b) Beweise, dass das Dreieck  $A'BC'$  gleichseitig ist und einen größeren Flächeninhalt als das Dreieck  $ABC$  hat.



**Aufgabe 400732** (46%)

Es sei  $ABC$  ein Dreieck. Die Größe des Innenwinkels  $\angle BAC$  sei mit  $\alpha$  bezeichnet und es sei  $\alpha = 72^\circ$ . Auf der Seite  $\overline{AC}$  liege ein Punkt  $D$  so, dass die Strecken  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BD}$ ,  $\overline{CD}$  die gleiche Länge haben.

Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen das Dreieck  $ABC$  gleichschenkelig ist.

## IV. Geometrie

### Aufgabe 490732 (85%)

In einem Dreieck  $ABC$  hat der Innenwinkel  $BAC$  die Größe  $\alpha = 50^\circ$  und der Innenwinkel  $ACB$  die Größe  $\gamma = 70^\circ$ . Die Halbierende des Innenwinkels  $BAC$  schneidet die Seite  $\overline{BC}$  in einem Punkt  $D$  und die Halbierende des Innenwinkels  $ACB$  schneidet die Seite  $\overline{AB}$  in einem Punkt  $E$ . Der Schnittpunkt dieser beiden Winkelhalbierenden wird mit  $F$  bezeichnet.

Ermittle unter diesen Voraussetzungen die Größen der Innenwinkel des Vierecks  $EBDF$ .

### Aufgabe 480732 (52%)

Über der Seite  $\overline{AB}$  eines Quadrates  $ABCD$  ist ein gleichseitiges Dreieck  $ABE$  so konstruiert, dass der Punkt  $E$  in Inneren des Quadrates liegt.

- Zeichne ein Quadrat  $ABCD$  mit der Seitenlänge 10 cm und konstruiere das Dreieck  $ABE$ , das die oben angegebenen Voraussetzungen erfüllt. Verbinde den Punkt  $E$  mit den Punkten  $C$  und  $D$ . Ermittle durch *Messung* die Größe des Winkels  $CED$ .
- Ermittle durch *Rechnung* die Größen der Innenwinkel des Dreiecks  $CDE$ , das wie beschrieben im Inneren eines Quadrates  $ABCD$  liegt. Begründe deinen Rechenweg.

### Aufgabe 430733 (44%)

Von einem Dreieck  $ABC$ , dessen Innenwinkelgrößen wie üblich mit  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  bezeichnet sind, ist bekannt:

- Die im Mittelpunkt  $D$  der Seite  $\overline{AB}$  errichtete Senkrechte schneidet die Halbierende des Winkels  $BAC$  in einem Punkt  $E$  und die Seite  $\overline{AC}$  in einem inneren Punkt  $F$ .
- Der Winkel  $FEA$  ist doppelt so groß wie der Innenwinkel  $CBA$ .

- Berechne  $\beta$  und  $\gamma$  für den Fall, dass  $\alpha = 46^\circ$  gilt.
- Berechne  $\alpha$  und  $\beta$  für den Fall, dass  $\gamma = 90^\circ$  gilt.
- Beweise, dass unter den genannten Voraussetzungen stets  $\beta < 60^\circ$  gilt.

### Aufgabe 490734 (65%)

Peter und seine Freunde Axel, Bernd, Christoph und Dieter stellen einander gern gegenseitig Rätsel. Diesmal hält Peter in seiner Hand für alle sichtbar zwei rote und vier blaue Smileys und sagt: „Ich werde jedem von euch genau eines dieser Smileys auf den Rücken kleben. Dabei wird niemand sehen können, welche Farbe er selbst bekommt und welche Farbe die beiden nicht verwendeten Smileys haben. Allerdings kann jeder die Smileys der anderen sehen. Findet heraus, welche Farbe euer eigenes Smiley hat“. Nachdem alle gründlich überlegt haben, beginnt Axel: „Ich weiß nicht, welche Farbe mein Smiley hat.“ Danach sagt Bernd: „Ich weiß es auch nicht.“ Nun rufen Christoph und Dieter gleichzeitig: „Ich kenne meine Farbe.“

Untersuche, ob man aus diesen wahren Aussagen der Freunde die Farben der Smileys von Christoph und Dieter ermitteln kann.

---

## II. Sachaufgaben

### Aufgabe 470731 (85%)

Frau Hübner hat Katzenfutter eingekauft. Mit fünf Dosen kommt sie normalerweise für ihre zwei Katzen zwei Tage aus. Die größere Katze frisst 50% mehr als die kleinere.

Frau Hübner wundert sich: Seit geraumer Zeit braucht sie mehr Futter, nämlich neun Dosen für drei Tage. Wer sind die Gäste, denen das Katzenfutter schmeckt? Ein Igel! Und sogar Krähen verschmähen das Futter nicht.

Es wird Herbst, und der Igel zieht sich zum Winterschlaf zurück. Frau Hübner kommt jetzt für die Katzen und die Krähen mit elf Dosen vier Tage lang aus. Im Winter verschwinden dann auch die Krähen. Im Frühjahr erwacht der Igel aus dem Winterschlaf und kommt zur Futterstelle. Die kleinere der beiden Katzen ist jedoch verschwunden und auch die Krähen tauchen nicht wieder auf.

Frau Hübner fährt vierzehn Tage in Urlaub. Die Nachbarin soll Katze und Igel versorgen.

Wie viele Dosen mit Katzenfutter muss Frau Hübner der Nachbarin geben?

**Aufgabe 420735 (84%)**

Im Goethegymnasium ist heute Wandertag. Die Klassen 7a und 8a haben sich zu einer Fahrradtour von A nach B entschlossen. Die beiden Orte sind 67 km voneinander entfernt. Auch die Klasse 7b fährt diese Strecke, allerdings in umgekehrter Richtung, also von B nach A.

- Die Klasse 7a bricht um 9 Uhr in A auf und fährt mit einer Geschwindigkeit von 14 km/h.
- Die Klasse 8a fährt erst um 9.30 Uhr in A ab, fährt aber mit einer Geschwindigkeit von 18 km/h und überholt daher die 7a an der Stelle S.
- Die Klasse 7b fährt ebenfalls um 9.30 Uhr in B ab und möchte um 13.45 Uhr in A sein. 15 Minuten, nachdem die 8a die 7a überholt hat, begegnen sich die 7b und die 8a an der Stelle T.

Beantworte folgende Fragen und begründe deine Antworten.

- Wann wird die 7a von der 8a überholt?
- Mit welcher Geschwindigkeit ist die 7b von B bis zum Treffpunkt T gefahren?
- Wie viel Kilometer muss die 7b von T bis A noch fahren und mit welcher Geschwindigkeit muss sie auf dieser Strecke fahren, um wie geplant in A einzutreffen?

*Hinweis:* Wir setzen voraus, dass auf den einzelnen Streckenabschnitten jeweils mit gleichbleibender Geschwindigkeit gefahren wird.

**Aufgabe 450734 (78%)**

Die Gemeinden A und B sowie die Stadt C liegen in dieser Reihenfolge an einer Landstraße. Die Gemeinden A und B sind genau 5km voneinander entfernt. Von B aus fährt ein Traktor morgens um 6 Uhr mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 10 km/h nach C. Am gleichen Tag fährt von A aus ein Radfahrer um 7 Uhr mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 15 km/h nach C und überholt den Traktor vor der Stadt C.

- Zu welcher Uhrzeit und in welcher Entfernung von B überholt der Radfahrer den Traktor?
- Wie viele Kilometer sind B und C voneinander entfernt, wenn der Radfahrer genau 40 Minuten früher in C ankommt als der Traktor?

**Aufgabe 420732 (78%)**

Es werden drei natürliche Zahlen gesucht, die folgende zwei Bedingungen gleichzeitig erfüllen:

- (1) Die Summe der drei Zahlen beträgt 945.
- (2) Ein Sechstel der ersten Zahl ist gleich einem Siebentel der zweiten Zahl und auch gleich einem Achtel der dritten Zahl.

Untersuche, ob es derartige Zahlen gibt.

Ist dies der Fall, dann ermittle alle Lösungen.

Zeige auch, dass die von dir gefundenen Ergebnisse tatsächlich die genannten Bedingungen erfüllen.

**Aufgabe 460732 (75%)**

Ermittle alle natürlichen Zahlen z, die die vier folgenden Bedingungen (1), (2), (3) und (4) erfüllen:

- (1) Die Zahl z ist fünfstellig.
- (2) Die Ziffern von z sind voneinander verschieden.
- (3) Die Zahl z hat die Quersumme 10.
- (4) Addiert man zu z ihre Spiegelzahl z\*, dann hat die entstandene Zahl nur gleiche Ziffern.

*Hinweis:* Die Spiegelzahl einer Zahl besteht aus den gleichen Ziffern wie die Zahl, jedoch in umgekehrter Reihenfolge. Bei ihr ist, anders als bei der Zahl z selbst, auch die 0 als Anfangsziffer zugelassen.

**Aufgabe 470735a (53%)**

Die acht Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 und 9 sind so in die Leerstellen einzutragen, dass man die Summe 10000 erhält.

+				
1	0	0	0	0

Gib eine Lösung an und ermittle, wie viele verschiedene Eintragungen möglich sind.

**Aufgabe 440731** (84%)

Klaus, Jens und Gisela sind Geschwister. Vor drei Jahren war Klaus dreimal so alt und Jens doppelt so alt, wie Gisela vor drei Jahren war. Wie alt sind die Geschwister, wenn die Summe aus den Zahlen ihrer Lebensalter 27 beträgt?

Zeige durch eine Probe, dass dein Ergebnis die im Aufgabentext genannten Angaben erfüllt.

**Aufgabe 430731** (82%)

Jörg berichtet über das Lebensalter seiner Eltern und zweier seiner Großeltern folgendes:

„Meine Mutter ist gegenwärtig dreimal so alt wie ich. Vor zwei Jahren war mein Vater viermal so alt wie ich. Meine Großmutter war vor drei Jahren siebenmal so alt wie ich. Vor einem Jahr war mein Großvater doppelt so alt wie meine Mutter. Addiert man die Zahlen, die das gegenwärtige Alter von mir, meinen Eltern, meinem Großvater und meiner Großmutter angeben, so erhält man als Summe 248.“

Wie alt ist jedes der Familienmitglieder, wenn vorausgesetzt wird, dass das Lebensalter jeder der fünf Personen stets durch eine ganze Zahl angegeben ist?

---

### III. Zahlentheorie

**Aufgabe 390735** (88%)

Ermittle alle Paare  $(x ; y)$  natürlicher Zahlen  $x$  und  $y$ , für die gilt:

- (1)  $x$  ist eine einstellige Zahl.
- (2)  $x + y = 15390$ .
- (3) Setzt man die Zahl  $x$  vor die Zahl  $y$ , so erhält man eine Zahl, die viermal so groß ist wie die Zahl, die man erhält, wenn man die Zahl  $x$  hinter die Zahl  $y$  schreibt.

**Aufgabe 400734** (77%)

„Der Truthahn und die Ente wiegen zusammen 20 Pfund“, sagte der Metzger. „Zufällig wiegt der Truthahn eine ganze Anzahl von Pfund. Die Ente ist leichter als der Truthahn, sie kostet aber pro Pfund 20 Pfennige mehr als der Truthahn.“ Herr Schwarz kaufte diese Ente für 8,20 DM. Herr Braun zahlte für diesen Truthahn 29,60 DM.

Wie viel hat die Ente gewogen, wie viel der Truthahn?  
Weise nach, dass deine Lösung alle gegebenen Bedingungen erfüllt.

*Hinweis:* Diese Aufgabe stammt aus der Zeit, als DM die gültige Währung war.

**Aufgabe 440734** (66%)

Herr Müller steht am Ende einer langen Eisenbahnbrücke, über die ein Güterzug aus lauter Kesselwagen mit konstanter Geschwindigkeit fährt.

Herr Müller macht folgende Beobachtungen:

- (1) Vom Augenblick, in dem die Lok auf die Brücke fährt, bis zu dem Augenblick, in dem sie die Brücke verlassen hat, vergehen 32 Sekunden.
- (2) Der letzte Wagen verlässt die Brücke, 25 Sekunden nachdem die Lok von der Brücke gefahren ist.
- (3) Die Wagen haben zusammen 120 Achsen.

Herr Müller weiß:

- (4) Jeder Wagen hat vier Achsen und ist 15m lang.
- (5) Die Lok ist 25m lang.

a) Wie schnell fährt der Zug (in Meter pro Sekunde)?

b) Wie lang ist die Brücke?

**Aufgabe 390734** (73%)

Bauer Lindemann hatte zur Ernährung von 6 Pferden und 40 Kühen täglich 472 kg Heu gebraucht; zur Ernährung von 12 Pferden und 37 Kühen brauchte er täglich 514 kg Heu.

Wie viel Heu benötigt er unter diesen Voraussetzungen für 30 Pferde und 90 Kühe vom 15. Oktober bis einschließlich 25. März des nächsten Jahres, wenn angenommen wird, dass das Jahr kein Schaltjahr ist.

**Aufgabe 430734** (88%)

Es seien  $x$  und  $y$  zwei rationale Zahlen. Verkleinert man  $x$  auf 75 %, dann erhält man 225. Vergrößert man  $y$  um 20%, dann erhält man ebenfalls 225.

- Berechne  $x$  und  $y$ .
- Wie viel Prozent beträgt  $y$  von  $x$ ?
- Um wie viel Prozent muss man  $y$  vergrößern, so dass  $x = y$  gilt?
- Auf wie viel Prozent muss man  $x$  verkleinern, so dass  $x + y = 225$  gilt?

**Aufgabe 450731** (76%)

Eine Firma stellt Ziegel her, jeden Tag eine bestimmte, gleichbleibende Stückzahl.

- Um wie viel Prozent würde die Stückzahl sinken, wenn von einer achtstündigen Arbeitszeit auf eine siebenstündige übergegangen wird, ohne die bisherige Arbeitsweise zu verändern?
- Um wie viel Prozent müsste die Arbeitsproduktivität ansteigen, damit die Stückzahl bei siebenstündiger Arbeitszeit die gleiche wie bei achtstündiger ist?

*Hinweis:* Die Prozentangaben sind auf eine Stelle nach dem Komma zu runden.

**Aufgabe 420731** (71%)

Der Leiter eines Schuhgeschäftes bezieht Herrensandalen. Auf den Einkaufspreis schlägt er 18 Euro Handelsspanne auf jedes Paar auf. Zu Beginn des Sommerschlussverkaufs senkt er den Verkaufspreis zunächst um 10% und dann noch einmal um 20% des schon gesenkten Preises. Dabei verdient er dennoch an jedem verkauften Paar, gemessen am Einkaufspreis, 2,88 Euro.

Berechne den Einkaufspreis.

*Hinweis:* Eine Probe sollte zwar durchgeführt, sie muss jedoch nicht mit aufgeschrieben werden.

**Aufgabe 400731** (95%)

Nach vielen Jahren Flug zu einem entfernten Planeten übermittelte eine Sonde ein sensationelles Bild: Es zeigte nur Megaraupen und dreiköpfige Drachen und sonst keine anderen Tiere. Insgesamt konnten genau 26 Köpfe und 298 Beine festgestellt werden. Es wurde auch festgestellt, dass jede Megaraupe 40 Beine und einen Kopf hatte.

Wie viele Beine hat demnach auf diesem Planeten ein dreiköpfiger Drache? Weise nach, dass die von dir ermittelte Lösung alle gestellten Bedingungen erfüllt.

**Aufgabe 390731** (90%)

Die 30 Schüler der Klasse 7b befinden sich mit ihrem Klassenleiter auf einer zweitägigen Exkursion. Sie übernachteten in einer Jugendherberge. Am Morgen des zweiten Tages wird jeder Schüler gefragt, wie viele frische Brötchen er vom Bäcker haben möchte.

Mehr als drei Schüler wollen keine Brötchen haben; denn sie besitzen noch ausreichend Verpflegung. Ebenso viele Schüler wie diejenigen, die auf Brötchen verzichten, möchten jeweils vier Brötchen essen. Doppelt so viele, wie je vier Brötchen bestellen, möchten je drei Brötchen, und ebenso viele, wie je drei Brötchen bestellen, möchten aber nur je ein Brötchen. Für den Rest der Schüler sollen je zwei und für den Klassenleiter genau drei Brötchen mitgebracht werden.

Wie viele Brötchen müssen eingekauft werden, damit jeder Wunsch berücksichtigt wird und kein Brötchen übrig bleibt ?

