Einige Regeln zum Lösen problemhafter Aufgaben

(1) Was ist gegeben, was ist gesucht? Führe günstige ***Bezeichnungen*** *(z.B. Variablen) ein!*

(1.1) Lassen sich die gegebenen Bedingungen in Form von ***Gleichungen*** *oder* ***Ungleichungen*** *festhalten? (Dies erhöht die Übersichtlichkeit und erleichtert das Folgern.)*

(2) Was lässt sich ***aus*** *den gegebenen* ***Bedingungen*** *(den gegebenen Größen) unmittelbar* ***folgern*** *(berechnen)? Begründe!*

(2.1) Mit welcher Bedingung sollte man beginnen, welche Bedingung sollte man im zweiten Schritt verwenden?

Was lässt sich ***nun*** *aus den abgeleiteten und den gegebenen Bedingungen unmittelbar folgern? Begründe!*

(3) Verwende beim ***systematischen Erfassen aller möglichen Fälle*** *ein Ordnungsprinzip, dessen Anwendung garantiert, dass tatsächlich alle möglichen Fälle erfasst werden (z.B. der Größe nach, lexikografisch u.ä.).*

(4) ***Rückwärtsarbeiten****:*

Betrachte das Ziel (die zu erreichende Siegzahl; die gesuchte Größe; die Behauptung)!

Von welchem Teilziel (Zahl; Größe; Feststellung) aus kann man das Ziel unmittelbar erreichen? Begründe!

Zum Lösen von Gleichungen

Eine Gleichung (mit der Variablen x) lösen heißt, alle Zahlen zu ermitteln, die zu einer wahren Gleichheitsaussage führen, wenn man sie für x in die Gleichung einsetzt.

In der Grundschule werden Gleichungen durch ***systematisches Probieren*** *oder durch* ***inhaltliche Überlegungen*** *gelöst.*

Beim Lösen von Gleichungen mit Variablen durch ***Umformen*** *wird die Gleichung schrittweise vereinfacht, bis sie die Form $x = \ldots$ angenommen hat. Dabei ist es gestattet*

- *auf beiden Seiten der Gleichung dieselbe Zahl zu addieren oder zu subtrahieren;*
- *beide Seiten der Gleichung mit derselben von 0 verschiedenen Zahl zu multiplizieren oder durch eine solche Zahl zu dividieren.*

Beispiel:

$$\begin{aligned} \frac{8\cdot x-17}{3} &= 2\cdot x+1 && \mid \cdot 3 \\ 8\cdot x - 17 &= 6\cdot x+3 && \mid -6\cdot x \\ 2\cdot x - 17 &= 3 && \mid +17 \\ 2\cdot x &= 20 && \mid :2 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Bezirkskomitee Chemnitz zur Förderung
mathematisch-naturwissenschaftlich begabter und interessierter Schüler

www.bezirkskomitee.de

Trainingsaufgaben für die Mathematik-Olympiade

für Schüler der Klassenstufe 4 zur Vorbereitung auf einen Frühstart in der 2. Stufe der 52. Mathematik-Olympiade, Olympiadeklasse 6

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

du hast in diesem Schuljahr erfolgreich als Frühstarter an der 2. Stufe der Mathematik-Olympiade in der Olympiadeklasse 5 teilgenommen – herzlichen Glückwunsch!

Wir wünschen dir, dass du auch in den nächsten Jahren ebenso erfolgreich sein kannst. Dabei wollen wir dich unterstützen. Hiermit erhältst du eine Auswahl von Aufgaben, die in den vergangenen Jahren in der 2. Stufe der Mathematik-Olympiade der Klassenstufe 6 gestellt wurden. Wenn du dich mit diesen Aufgaben beschäftigst, steigen deine Chancen, später selbst bei solchen Wettbewerben gut abzuschneiden.

Natürlich gab es in jedem Jahr einige leichte und einige schwerere Aufgaben. Zum Einstieg in das Training erhältst du erst einmal einige der leichteren Aufgaben – die aber manchmal schon ganz schön knifflig sind, schließlich sind sie für die Klasse 6 gedacht! Damit solltest du dich nun bis zum Schuljahresende regelmäßig beschäftigen. Bearbeite dabei erst die einfacheren Aufgaben (☺), dann die mittleren (😐) und schließlich die schwereren Aufgaben (☹). Deine Betreuerin oder dein Betreuer werden dich dabei beraten. Nach dem Besprechen einer von dir gelösten Aufgabe werden sie dir eine Kopie der Musterlösung geben, damit du lernen kannst, wie man eine solche Lösung aufschreibt.

Wenn du dich durch fleißiges Training gut vorbereitest, wirst du im neuen Schuljahr nicht nur die Chance haben, bei der 2. Stufe der Mathematik-Olympiade im November in der Olympiadeklasse 5 zu starten, sondern sogar als Doppelstarter auch die Aufgaben der Olympiadeklasse 6 lösen können. Wie das genau abläuft, wirst du aber alles rechtzeitig zu Beginn des Schuljahres an deinem Gymnasium erfahren.

Die beiliegenden Aufgaben sind in 4 Gruppen eingeteilt (Folgern ohne Variable; Ermitteln aller Möglichkeiten; Verwenden von Variable/Gleichungen; Sonstige Aufgaben). Dies ist der folgenden Tabelle zu entnehmen. Nutze die Möglichkeit, deine Lösungsversuche mit deiner

Betreuerin oder deinem Betreuer durchzusprechen. Sie helfen dir gern dabei. Dann kannst du ebenfalls ankreuzen, welche Lösungen du schon durchgesprochen hast.

Wenn du willst, dann wird die Vorbereitung auf einen Frühstart bei der 2. Stufe der MO in der Olympiadeklasse 6 im nächsten Schuljahr am Gymnasium fortgeführt. Vielleicht gehörst du dann zu den erfolgreichsten 10 dieser Frühstarter, die auch an der 3. Stufe der MO teilnehmen können.

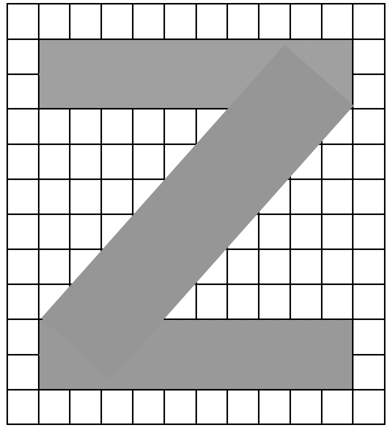
Wir wünschen dir bei dieser Vorbereitung viel Erfolg und Freude!

Aufgaben-nummer	Aufgabe bearbeitet	Lösung besprochen	Notizen
450622 ☺			
430622 ☺			
400622 😐			
400623 ☺			
410622 😐			
410621 😐			
390624 ☹			
450621 ☹			
490622 ☹			
440622 😐			
480623 😐			
460622 😐			
390621 😐			
430623 ☹			
440624 ☹			
460624 ☺			
430621 ☺			
480621 ☺			
460621 😐			
480624 ☹			
370624 ☹			
370622 ☺			
420621 ☺			
390622 ☺			
400624 😐			
450624 😐			
420623 ☹			

Aufgabe 450624 (49%)

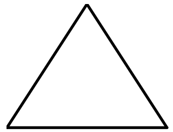
a) Ermittle den Flächeninhalt des gezeigten Buchstabens Z in den unterlegten (quadratischen) Flächeneinheiten!

b) Zerlege das Z so in sechs Teilflächen, dass du daraus ein flächengleiches Quadrat zusammenlegen kannst!



Aufgabe 420623 (41%)

Durch folgende Konstruktion kann man ein gleichseitiges Dreieck (siehe Abbildung) erhalten:



Zeichne einen Kreis mit dem Radius von 3 cm. Lege auf dem Kreis einen Punkt fest. Trage von diesem Punkt auf dem Kreis weitere Punkte mit der gleichen Zirkelspanne von 3 cm ab, indem du immer in den zuletzt gezeichneten Punkt einsetzt. Du erhältst sechs Punkte auf dem Kreis. Verbinde jetzt jeden zweiten Punkt miteinander.

a) Zerlege dieses gezeichnete Dreieck in 2 kongruente (d.h. deckungsgleiche) Dreiecke.

b) Zerlege dieses gezeichnete Dreieck in 3 kongruente Dreiecke.

c) Zerlege dieses gezeichnete Dreieck in 4 kongruente Dreiecke.

d) Zerlege dieses gezeichnete Dreieck in 6 kongruente Dreiecke.

e) Zerlege dieses gezeichnete Dreieck in 8 kongruente Dreiecke.

f) Weise nach, dass sich dieses Dreieck in 192 kongruente Dreiecke zerlegen lässt.

Aufgabe 390622 (76%)

a) Zwei Wohnhäuser (1 und 2) sollen mit einem Wasserwerk (W) und dem Kraftwerk (K) versorgt werden; jedes Haus soll dabei direkt mit jedem Werk verbunden werden. Die Leitungen sollen so verlegt werden, dass sich niemals zwei Leitungen kreuzen.
Gib eine mögliche Verlegung an.

b) Nun sollen die beiden Wohnhäuser noch jeweils direkt mit dem Gaswerk (G) verbunden werden.
Wie können die Leitungen jetzt geführt werden, wenn sie sich weiterhin nicht kreuzen sollen?

c) Gib eine entsprechende Leitungsverlegung für drei Wohnhäuser und Wasserwerk und Kraftwerk an.

d) Drei Wohnhäuser sollen jetzt mit allen drei Werken je direkt verbunden werden. Ist das Problem immer noch kreuzungsfrei zu lösen? Begründe.

Hinweis: Wenn eine Kurve zu ihrem Ausgangspunkt zurückkehrt, so heißt sie geschlossen. Eine geschlossene Kurve, die sich nicht selbst überkreuzt, zerlegt die Ebene in zwei Gebiete. Für die in d) geforderte Begründung kann der folgende Satz verwendet werden, den im 19. Jahrhundert der französische Mathematiker JORDAN bewiesen hat: Liegen zwei Punkte nicht in demselben der zwei Gebiete, muss jede Verbindungskurve der beiden Punkte die geschlossene Kurve kreuzen

Aufgabe 400624 (59%)

Drei Räuber stahlen ein Gefäß mit 24 Litern wertvollen Balsams. Auf ihrer Flucht kauften sie von einem Händler drei leere Kannen. In ihrem Versteck wollten sie den Balsam aufteilen, aber sie stellten zu ihrer Enttäuschung fest, dass ihre Kannen 5 Liter, 11 Liter und 13 Liter fassten.

a) Gib an, wie es die Räuber durch Umschütten erreichen konnten, dass sich in einem der vier Gefäße 8 Liter Balsam befanden.

b) Wie konnten sie die wertvolle Flüssigkeit gerecht zwischen sich aufteilen, obwohl nur die vier Gefäße zur Verfügung standen?

Die Aufgaben sind den Mathematik-Olympiaden der Schuljahre 1997/98 (37. MO) bis 2009/10 (49. MO) entnommen; man erkennt dies in der Aufgabennummer an den ersten beiden Ziffern. Sie wurden jeweils in der 2. Stufe (die 5. Ziffer in der Aufgabennummer) in der Olympiadeklasse 6 (die 4. Ziffer) gestellt. Die letzte Ziffer der Aufgabennummer gibt die Nummer der Aufgabe im Wettbewerb an.

Beispiel: **Aufgabe 420623**: In der **42**. Mathematik-Olympiade in der Olympiadeklasse **06** zur **2**. Stufe die **3**. Aufgabe.

Beachte beim Bearbeiten den allgemeinen Hinweis:

> *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

Folgern ohne Variablen

Aufgabe 450622 (73%)

Samuel und seine vier Freunde sitzen im Strandbad nebeneinander und haben vor sich die folgenden Getränke hingestellt:

Cola	Fanta	Limo	Apfel-saft	Wasser

Folgende Sachverhalte sind bekannt:

(1) Tobias sitzt neben dem Limo-Trinker.

(2) Mario hat nur einen Nachbarn und ein farbiges Getränk.

(3) Frank trinkt keine Limo.

(4) Robert hat einen der beiden Außenplätze.

(5) Tobias isst gerne Äpfel, trinkt aber nicht den Apfelsaft.

Wer sitzt wo und trinkt welches Getränk?

Aufgabe 430622 (68%)

Eine Aufgabe von der Bahn: Die Strecke von Ahausen nach Bestadt ist 72 km lang und eingleisig; lediglich im Bahnhof von Cedorf zwischen Ahausen und Bestadt gibt es ein Nebengleis, so dass dort zwei Züge aneinander vorbeifahren können. Cedorf ist 42 km von Bestadt entfernt.
Um 08:00 Uhr fährt ein Zug aus Ahausen in Richtung Bestadt los. Da es bis zum Ziel ständig bergauf geht, kommt er in einer Viertelstunde nur 10 km weit. Die Züge von Bestadt nach Ahausen legen in einer Viertelstunde 15 km zurück (weil es ja bergab geht).

a) Wann fährt der Zug in Bestadt ab, wenn beide Züge im Bahnhof von Cedorf aneinander vorbeifahren sollen?

b) Wann erreicht der Zug aus Ahausen sein Ziel?

c) Wann kommt der Zug aus Bestadt unten in Ahausen an?

Aufgabe 400622 (52%)

Mara liest ein Buch.

a) An den ersten drei Tagen schafft sie pro Tag jeweils den zwölften Teil des Buches. Am Ende des dritten Tages ist sie auf Seite 72 unten. Wie viele Seiten hat das Buch?

b) Am fünften Tag hat sie ebenso viele Seiten gelesen wie am vierten Tag. Nach dem fünften Tag liegen noch halb so viele Seiten vor ihr, wie sie bisher schon gelesen hat.
Wie viele Seiten hat sie in den ersten fünf Tagen gelesen?

c) Am siebenten Tag hat sie ebenso viele Seiten gelesen wie am vorige Tag. Nach sieben Tagen fehlen ihr bis zum Schluss des Buches noch halb so viele Seiten wie sie am ersten Tag gelesen hat.
Wie viele Seiten hat sie nach sieben Tagen gelesen?

d) An welchen Tagen war die Zahl der Seiten, die Mara gelesen hat, am größten?

Überzeuge dich zum Schluss, dass du richtig gerechnet hast.

IV. Sonstige Aufgaben

Aufgabe 370622 (85%)

Vier Männer heißen Krause, Lehmann, Müller und Neumann. Ihre Vornamen sind Anton, Bernhard, Christian und Dieter (nicht unbedingt in dieser Reihenfolge, aber doch so, dass jeder dieser Vornamen genau bei einem dieser Männer vorkommt und dass keiner der Männer mehr als einen Vornamen hat). Sie wohnen in Stuttgart, Tübingen, Ulm und Vaihingen (ebenfalls nicht unbedingt in dieser Reihenfolge und wieder so, dass jede Stadt für genau einen der Männer Wohnort ist und keiner der Männer mehr als einen Wohnort hat). Ferner ist bekannt:

(1) Herr Krause erzählt Bernhard, dass er noch nie in Ulm war.

(2) Herr Neumann wohnt in Stuttgart.

(3) Herr Müller ist älter als Bernhard.

(4) Christian lädt die anderen ein, ihn einmal bei sich zu Hause, in Stuttgart, zu besuchen.

(5) Bernhard begegnet Herrn Krause in Tübingen. Beide wollten dort Anton in seiner Wohnung besuchen.

Wie heißen die Männer mit Vornamen, und wo wohnen sie?

Aufgabe 420621 (81%)

Karl kam mit seinen drei Söhnen Alfons, Berti und Chris während einer Wanderung an einen Fluss. Leider gab es keine Brücke und schwimmen wollten sie nicht. Zum Überqueren war an dem Ufer ein Schlauchboot angebunden. Sie stellten beim Probieren fest, dass das Schlauchboot gerade mal 100 kg trug, soviel wie der dicke Karl schon alleine wog. Zum Glück waren seine Söhne leichter, Alfred wog 52 kg, Berti war 3 kg leichter und alle vier Personen wogen zusammen 247 kg.
Die Sache wurde erschwert, weil Berti nicht rudern konnte. Bei ihm würde sich das Schlauchboot nur im Kreis drehen. Nach einer genauen Planung der Fahrten fanden sie doch noch eine Möglichkeit, so dass alle vier am anderen Ufer ankamen.

Mit wie vielen Überfahrten konnte die Familie das schaffen?
Gib für die Überfahrten jeweils an, wer sich im Schlauchboot befand und wer an welchem Ufer wartete.

Aufgabe 480624 (41%)

Annika, Bodo, Chris und David lesen gerade alle das gleiche Buch für die Schule, aber sie lesen unterschiedlich schnell.

(1) Chris liest in 5 Minuten so viele Seiten wie David in zehn Minuten.

(2) Bodo braucht für drei Seiten so lange wie Annika für fünf Seiten.

(3) In einer halben Stunde hat Annika drei Seiten weniger gelesen als Chris.

(4) In einer Stunde lesen alle zusammen 102 Seiten.

a) Wer liest am schnellsten?

b) Wie viele Seiten liest Annika in einer Stunde?

c) Wie lange liest Bodo an einer Seite?

Aufgabe 370624 (30%)

Ein Viehhändler erzählt: „Gestern habe ich Schafe und Hühner verkauft. Sie hatten zusammen 100 Füße und mehr als 50 Augen. Es waren mehr als viermal so viele Schafe wie Hühner.“

Ist durch diese Angaben eindeutig bestimmt, wie viele Schafe und wie viele Hühner es waren?
Wenn diese Anzahlen nicht eindeutig bestimmt sind, welche sind dann alle Möglichkeiten für dieses Anzahlen?

Aufgabe 400623 (64%): Ein alter Ackerwagen hat vorn und hinten unterschiedlich große Räder. Die Hinterräder haben einen Umfang von 4 Metern, die Vorderräder von 3,50 m.

a) Wie weit ist der Wagen gefahren, wenn sich die Vorderräder zwölfmal gedreht haben?

b) Der Bauer fährt abends vom Feld. Sein Heimweg beträgt 5600 m. Wie viele Umdrehungen haben die Hinterräder weniger gemacht als die Vorderräder?

c) Welchen Weg hat der Ackerwagen zurückgelegt, wenn die Vorderräder achtzig Umdrehungen mehr gemacht haben als die Hinterräder?

Aufgabe 410622 (53%): Im Sportgeschäft wird ein Tisch mit einer Pyramide aus Tischtennis-Bällen dekoriert. Die Bälle haben einen Durchmesser von 4 cm.
Damit die Bälle nicht wegrollen, kommt die unterste Schicht in einen quadratischen Rahmen von 0,44 m Kantenlänge (es wurde innen gemessen). Die Tischtennis-Bälle bilden also ein quadratisches Muster. In der jeweils nächsten Schicht werden die Bälle auf die Lücken der vorigen Schicht gelegt.

a) Wie viele Bälle bilden die unterste Schicht?

b) Wie viele Schichten hat die Pyramide?

c) Wie viele Tischtennis-Bälle werden insgesamt benötigt?

d) Aus wie vielen Schichten ist eine solche Pyramide aufgebaut, wenn dazu 1240 Bälle gebraucht wurden?

Aufgabe 410621 (53%)

In einer 250-g-Spaghetti-Packung befinden sich 120 Spaghettis. Alle haben eine Länge von 26 cm. Von Rom nach Neapel sind es 286 km.

a) Wie viele 500-g-Packungen (die die gleiche Sorte von Spaghettis enthält) muss man mindestens besorgen, um die ganze Strecke mit Spaghettis auszulegen?

b) Nach dem Kauf stellt man fest, dass die Entfernung nicht ganz sicher 286 km beträgt. Es können auch 2 km weniger oder 2 km mehr sein. Wie viele Packungen sollten sicherheitshalber noch in Reserve gehalten werden?

Aufgabe 390624 (47%)

Nach einer Aufgabe des indischen Mathematikers MAHAVIRA (9. Jahrhundert):

„Granatäpfel werden zu 3 Stück für zwei Münzen, Mangofrüchte zu 5 Stück für drei Münzen und Wildäpfel zu 7 Stück für fünf Münzen verkauft. Wie kann man mit 108 Münzen so viele Früchte kaufen, dass man fünfmal so viele Mangofrüchte und sechsmal so viele Granatäpfel wie Wildäpfel hat?“

Aufgabe 450621 (43%)

Frank fragt Jan, wie viele Schüler in seiner Klasse sind. Jan antwortet nicht ganz direkt:

„Multipliziert man die Schülerzahl in meiner Klasse mit 5, so ist die Quersumme dieses Produktes doppelt so groß wie die Quersumme der Schülerzahl. Außerdem ist das Produkt durch 6 teilbar. Ach ja, in meiner Klasse können 26 Schüler Rad fahren und 12 Schüler schwimmen, und jeder Schüler kann mindestens eins von beiden.“

Wie viele Schüler sind in Jans Klasse?

Aufgabe 490622 (24%)

Barbara ist Kandidatin in einer mathematischen Quizshow und hat jetzt alle Aufgaben richtig gelöst. Sie steht noch vor dem Hauptpreis, der sich in einem von vier Umschlägen befindet. Der Quizmaster gibt ihr drei Hinweise, von denen genau zwei falsch sind.

(1) Der Hauptpreis befindet sich im dritten oder im vierten Umschlag.
(2) Der Hauptpreis befindet sich im zweiten Umschlag.
(3) Der Hauptpreis befindet sich nicht im vierten Umschlag.

a) Barbara überlegt eine Weile und sagt dann: „Damit ist immer noch nicht klar, in welchem Umschlag der Hauptpreis steckt, es sind zwei Umschläge möglich.“ Ermittle diese beiden Umschläge.
b) „Gut“, sagt der Quizmaster, dann gebe ich dir noch einen vierten Hinweis, aber ich sage dir, dass von allen vier Hinweisen nur genau einer stimmt“:
(4) Der Hauptpreis befindet sich im ersten oder im zweiten Umschlag.
Barbara öffnet sofort den Umschlag mit dem Hauptpreis.
Welchen Umschlag hat sie geöffnet und warum?

III. Verwenden von Variable/Gleichungen

Aufgabe 430621 (72%)

Fünf Kinder, Andrea, Bettina, Christian, Dirk und Eva, reden über ihre Murmeln.

Andrea sagt:	Eva hat doppelt so viele Murmeln wie ich.
Bettina sagt:	Ich habe eine Murmel mehr als Andrea.
Christian sagt:	Ich habe zwei Murmeln mehr als Bettina.
Dirk sagt:	Ich habe drei Murmeln mehr als Christian.
Eva sagt:	Ich habe vier Murmeln mehr als Dirk.

Wie viele Murmeln haben die Kinder jeweils?

Aufgabe 480621 (63%)

Laura, Jan und Kai essen gerne Gummibärchen.

a) Laura hat doppelt so viele weiße wie rote Bärchen und doppelt so viele rote wie gelbe Bärchen. Zusammen sind es 35.
Wie viele Bärchen sind es von jeder Farbe?

b) Jan hat dreimal so viele rote wie gelbe und dreimal so viele gelbe wie weiße Bärchen. Zusammen hat Jan 65 Bärchen.
Wie viele Bärchen hat Jan von jeder Farbe?

c) Kai hat 38 Bärchen. Er weiß, dass er eineinhalbmal so viele gelbe wie rote Bärchen hat und auch eineinhalbmal so viele rote wie weiße.
Wie viele Bärchen hat Kai von jeder Farbe?

Aufgabe 460621 (46%)

Manja bezahlt für einen Apfel, eine Banane, eine Grapefruit und eine große Pflaume zusammen 2,10 €. Beim Vergleich der Preise der einzelnen Obstsorten stellt sie Folgendes fest:

(1) Fünf große Pflaumen kosten genau so viel wie drei Bananen.

(2) Eine große Pflaume kostet halb so viel wie ein Apfel.

(3) Eine Grapefruit und eine große Pflaume kosten so viel wie zwei Bananen.

Wie viel kostet jeweils der Apfel, die Banane, die Grapefruit und die große Pflaume? Mache eine Probe.

Aufgabe 460624 (68%)

Die vier Jungen Anton, Ben, Clemens und Denny sehen auf dem Parkplatz vor der Schule ein Auto stehen, dessen Kennzeichen eine dreistellige Zahl enthält. Es war keine 0 dabei.

a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten für die Zahl gibt es?

b) Sie erinnern sich später, dass es nur ungerade Ziffern waren.
Wie viele Möglichkeiten für die Zahl gibt es nun?

c) Ben weiß außerdem noch, dass die drei Ziffern verschieden und der Größe nach geordnet waren; die kleinste Zahl stand vorn.
Welche Zahlen könnten es gewesen sein?
Schreibe alle Möglichkeiten auf.

d) Eike soll die Zahl erraten. Dazu machen die vier Jungen jeweils zwei Aussagen.

Anton:	(1) Es war keine 1 drin.	(2) Es war keine 7 drin.
Ben:	(1) Es war keine 3 drin.	(2) Es war keine 5 drin.
Clemens:	(1) Es war eine 7 drin.	(2) Es war eine 9 drin.
Denny:	(1) Es war eine 3 drin.	(2) Es war eine 9 drin.

Frank hat die Nummer auch gesehen und die Aussagen gehört. Er sagt: „Tut mir Leid, lieber Eike, jeder der vier hat eine wahre und eine falsche Aussage gemacht.“ „Oh, dann ist doch alles klar!“ sagt Eike.
Welche Zahl hat Eike aus den Aussagen der vier Jungen und Franks Kommentar ermittelt?

II. Ermitteln aller Möglichkeiten

Aufgabe 440622 (57%)

Inka und Florian spielen Memory. (Du erinnerst dich – wenn man ein zusammenhängendes Paar aufgedeckt hat, entfernt man beide Karten von der Spielfläche.) Dazu haben sie die Spielkarten als Rechteck gelegt, dessen Breite größer als seine Länge ist.
Als sie sechs Paare aufgedeckt und entfernt haben, stellt Inka fest, dass ein Viertel der Karten auf der Spielfläche fehlen. Florian wundert sich noch mehr, denn die Karten fehlen nur im Inneren des Spielfeldes, die Randkarten liegen alle noch. „Die Hälfte der inneren Karten haben wir schon aufgedeckt und weggenommen“, sagt er.

a) Aus wie vielen Karten besteht das Spiel?

b) Wie viele Karten liegen in der Länge und in der Breite nebeneinander?
Begründe, dass es nur diese eine Möglichkeit gibt.

Aufgabe 480623 (53%)

Wir wollen uns Zahlen etwas genauer ansehen.

a) Gib alle Zahlen von 20 bis 99 an, bei denen die Summe der Ziffern größer ist als das Produkt der Ziffern.

b) Ermittle alle dreistelligen Zahlen, die folgenden Bedingungen genügen:

(1) Die Summe der Ziffern der Zahl ist gleich dem Produkt der Ziffern.

(2) Alle Ziffern sind verschieden.

(3) Alle Ziffern sind kleiner als 5.

c) Wie viele dreistellige Zahlen haben die Quersumme 9?
Hinweis: Die Quersumme einer Zahl ist die Summe aller Ziffern dieser Zahl.

Aufgabe 460622 (52%)

Um am Geldautomaten der Mathebank Geld zu erhalten, muss man eine Geheimzahl eingeben, die aus drei Ziffern besteht (z.B. 023) und die dem Kunden vorher bekannt gegeben wurde. Nach zwanzig falschen Eingaben wird das Konto gesperrt, und man kann kein Geld mehr abheben. Leider hat Herr Krause seine Geheimzahl vollständig vergessen.

a) Wie viele verschiedene Geheimzahlen müsste er am Geldautomaten maximal probieren, damit mit Sicherheit die richtige dabei ist?

b) Herr Krause ruft Frau Krause an. Frau Krause fällt ein, dass genau zwei der drei Ziffern gleich waren. Wie viele verschiedene Geheimzahlen muss Herr Krause nun im ungünstigsten Fall probieren, wenn seine Frau Recht hat?

c) Tochter Anke hört dem Telefongespräch zu. Sie weiß sogar noch, dass die Ziffer 9 zweimal auftritt und die beiden Ziffern 9 aufeinander folgen. Kann Herr Krause unter Berücksichtigung dieser Information mit Sicherheit Geld am Geldautomaten erhalten?

Aufgabe 390621 (49%)

Julia hat Würfel gleicher Größe und will daraus Quader bauen. Für jeden Quader sollen alle vorhandenen Würfel verwendet werden. Jeder Quader soll vollständig mit Würfeln ausgefüllt sein, er darf also im Inneren keinen Hohlraum enthalten.

a) Wie viele verschieden aussehende Quader kann sie aus sechs dieser Würfel bauen?

b) Wie viele verschieden aussehende Quader kann sie aus 12 Würfeln aufbauen?

c) Wie viele verschieden aussehende Quader kann sie aus 36 Würfeln aufbauen?

Für je zwei Quader soll dabei „verschieden aussehen“ bedeuten: Die Quader unterscheiden sich in mindestens einer Kantenlänge.

Aufgabe 430623 (39%)

Die Zwillinge Carola und Daniela haben viele gleiche Kleidungsstücke in ihren Schränken: je zwei Hosen, sechs T-Shirts und zwei Pullis.

a) An wie vielen Tagen könnten sie sich gleich kleiden, wenn sie jeweils Hose, T-Shirt und Pulli tragen? Dabei möchten sie jeden Tag anders aussehen.

b) Zusätzlich hat Carola einen Rock und einen Pulli und Daniela besitzt noch eine dritte Hose und zwei weitere T-Shirts.
Wie viele Möglichkeiten hat Carola, sich verschiedenartig zu kleiden und wie viele Daniela, wenn sie jeweils drei Kleidungsstücke tragen?

c) Da beide in der Schule bei gleicher Kleidung verwechselt werden, möchten sie nicht am gleichen Tag die gleiche Kleidung tragen.
Durch welche einfache Absprache schaffen sie dies an mindestens 100 aufeinander folgenden Tagen?

Aufgabe 440624 (32%)

Dominik bestaunt sein neues Fahrrad. Der Kilometerzähler zeigt grundsätzlich vier Stellen an (einschließlich der Ziffer 0).
Dominik denkt über besonders auffällige Ziffernfolgen nach, die bei seinem Kilometerzähler auftreten können.

a) Wie oft zeigt der Zähler eine Zahl mit lauter gleichen Ziffern an?

b) Wie oft stellt sich eine Zahl ein, bei der nur die erste und die dritte, sowie die zweite und die vierte Ziffern übereinstimmen?

c) Wie oft kann Dominik eine Zahl mit lauter ungeraden Ziffern bestaunen?

d) Wie oft zeigt sein Kilometerzähler eine Zahl mit genau zwei ungeraden Ziffern?

(Bedenke, dass der Kilometerzähler führende Nullen immer mit anzeigt.)