Einige Regeln zum Lösen problemhafter Aufgaben

(1) Was ist gegeben, was ist gesucht? Führe günstige ***Bezeichnungen*** *(z.B. Variablen) ein!*

(1.1)Lassen sich die gegebenen Bedingungen in Form von ***Gleichungen*** *oder* ***Ungleichungen*** *festhalten? (Dies erhöht die Übersichtlichkeit und erleichtert das Folgern.)*

(2) Was lässt sich ***aus*** *den gegebenen* ***Bedingungen*** *(den gegebenen Größen) unmittelbar* ***folgern*** *(berechnen)? Begründe!*

(2.1)Mit welcher Bedingung sollte man beginnen, welche Bedingung sollte man im zweiten Schritt verwenden?

Was lässt sich ***nun*** *aus den abgeleiteten und den gegebenen Bedingungen unmittelbar folgern? Begründe!*

(3) Verwende beim ***systematischen Erfassen aller möglichen Fälle*** *ein Ordnungsprinzip, dessen Anwendung garantiert, dass tatsächlich alle möglichen Fälle erfasst werden (z.B. der Größe nach, lexikografisch u.ä.).*

(4) ***Rückwärtsarbeiten****:*

Betrachte das Ziel (die zu erreichende Siegzahl; die gesuchte Größe; die Behauptung)!

Von welchem Teilziel (Zahl; Größe; Feststellung) aus kann man das Ziel unmittelbar erreichen? Begründe!

Zum Lösen von Gleichungen

Eine Gleichung (mit der Variablen x) lösen heißt, alle Zahlen zu ermitteln, die zu einer wahren Gleichheitsaussage führen, wenn man sie für x in die Gleichung einsetzt.

In der Grundschule werden Gleichungen durch ***systematisches Probieren*** *oder durch* ***inhaltliche Überlegungen*** *gelöst.*

Beim Lösen von Gleichungen mit Variablen durch ***Umformen*** *wird die Gleichung schrittweise vereinfacht, bis sie die Form x = ... angenommen hat. Dabei ist es gestattet*

- *auf beiden Seiten der Gleichung dieselbe Zahl zu addieren oder zu subtrahieren;*
- *beide Seiten der Gleichung mit derselben von 0 verschiedenen Zahl zu multiplizieren oder durch eine solche Zahl zu dividieren.*

Beispiel:

$$\begin{aligned} \frac{8\cdot x-17}{3} &= 2\cdot x+1 && |\cdot 3\\ 8\cdot x - 17 &= 6\cdot x+3 && |-6\cdot x\\ 2\cdot x - 17 &= 3 && |+17\\ 2\cdot x &= 20 && |:2\\ \mathbf{x} &= \mathbf{10} \end{aligned}$$

Bezirkskomitee Chemnitz zur Förderung mathematisch-naturwissenschaftlich begabter und interessierter Schüler

www.bezirkskomitee.de

Trainingsaufgaben für die Mathematik-Olympiade

für Schüler der Klassenstufe 4 zur Vorbereitung auf einen Frühstart in der 2. Stufe der 52. Mathematik-Olympiade, Olympiadeklasse 5

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

du hast im vergangenen Schuljahr den **Teil 1** der Trainingsaufgaben zur Vorbereitung auf einen Frühstart bei der 2. Stufe der 51. Mathematik-Olympiade erhalten. Bestimmt willst du diese Vorbereitung fortsetzen. Dabei wollen wir dich weiterhin unterstützen.

Hiermit erhältst du eine weitere Auswahl von Aufgaben, die in den vergangenen Jahren in den Mathematik-Olympiaden der Klassenstufe 5 gestellt wurden. Wenn du dich mit diesen Aufgaben beschäftigst, steigen deine Chancen, später selbst bei solchen Wettbewerben gut abzuschneiden.

Natürlich gab es in jedem Jahr einige leichte und einige schwerere Aufgaben. Die leichteren Aufgaben hast du im Teil 1 der Trainingsaufgaben bereits kennen gelernt. Bei den Aufgaben des **Teils 2** ist der Schwierigkeitsgrad noch etwas höher. Damit solltest du dich nun bis zur 2. Stufe im November regelmäßig beschäftigen. Beginne am besten mit den einfacheren Aufgaben (☺), bearbeite dann die mittleren (😐) und schließlich die schwereren Aufgaben (☹). Deine Betreuerin oder dein Betreuer werden dich dabei beraten. Nach dem Besprechen einer von dir gelösten Aufgabe werden sie dir eine Kopie der Musterlösung geben, damit du lernen kannst, wie man eine solche Lösung aufschreibt.

Die Aufgaben sind in 4 Gruppen eingeteilt: Verwenden von Variablen und Gleichungen, Folgern ohne Variable, Kombinatorik und Sonstige Aufgaben.

Damit du den Überblick über die bereits bearbeiteten Aufgaben behältst, solltest du in der Tabelle immer ankreuzen, welche Aufgabe du schon bearbeitet hast.

Nutze die Möglichkeit, deine Lösungsversuche mit deiner Betreuerin oder deinem Betreuer durchzusprechen. Sie helfen dir gern dabei. Dann kannst du ebenfalls ankreuzen, welche Lösungen du schon durchgesprochen hast.

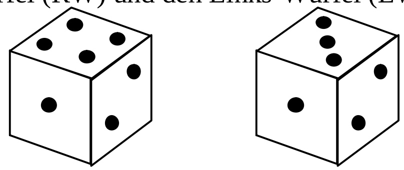
Wir wünschen dir beim Rechnen und Knobeln viel Erfolg und Freude!

Aufgaben-nummer	Aufgabe bearbeitet	Lösung besprochen	Notizen
390524 😐			
470521 ☺			
460523 ☹			
480521 ☺			
410523 ☺			
480523 ☺			
460524 😐			
450522 😐			
430524 ☹			
420524 ☹			
430523 ☺			
420522 😐			
440523 ☹			
490523 😐			
400521 ☹			
450524 😐			
480524 ☺			
440522 😐			
470524 ☺			
400524 ☹			
460522 ☹			
390523 ☹			

Die Aufgaben sind den Mathematik-Olympiaden der Schuljahre 1999/2000 (39. MO) bis 2009/10 (49. MO) entnommen; man erkennt dies in der Aufgabennummer an den ersten beiden Ziffern. Sie wurden jeweils in der 2. Stufe (die 5. Ziffer in der Aufgabennummer) in der Olympiadeklasse 5 (die 4. Ziffer) gestellt. Die letzte Ziffer der Aufgabennummer gibt die Nummer der Aufgabe im Wettbewerb an.
Beispiel **Aufgabe 420523**: In der **42**. Mathematik-Olympiade in der Olympiadeklasse **05** zur **2**. Stufe die **3**. Aufgabe.

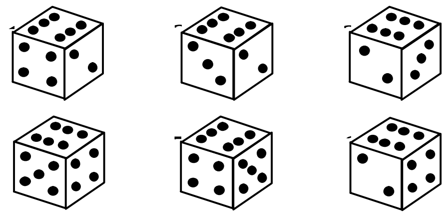
Aufgabe 470524 (48%)

Die üblichen Spielwürfel sind nach der Siebener-Regel beschriftet: Die Summe der Augen auf gegenüberliegenden Seiten ist 7. Von diesen Würfeln gibt es zwei Sorten, den Rechts-Würfel (RW) und den Links-Würfel (LW).

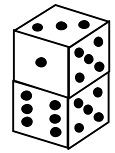
LW  RW

a) Welche Augenzahlen haben die beiden abgebildeten Würfel auf der unteren Fläche, auf der Fläche links hinten und auf der Fläche rechts hinten?

b) Welche der abgebildeten Würfel sind Rechts-Würfel?

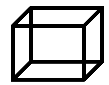


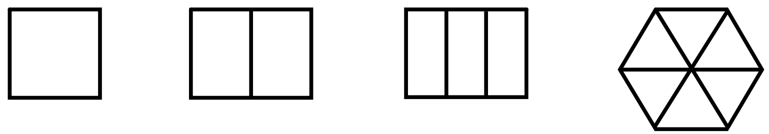
c) Zwei Würfel stehen übereinander.
Wie groß ist die Augensumme der aufeinanderliegenden Flächen, wenn es zwei Links-Würfel sind?



d) Zwei Würfel stehen übereinander.
Wie groß ist die Augensumme der aufeinanderliegenden Flächen, wenn der untere ein Rechts-Würfel ist?

e) Nun haben wir einen Würfel aus Draht gebastelt und schauen ihn aus verschiedenen Richtungen an.
Dabei sieht man die folgenden Bilder.





Beschreibe, wie man auf den Drahtwürfel blicken muss, so dass sich die gezeigten Bilder ergeben.
Zeichne die Kanten, die man bei einem Holzwürfel nicht sehen würde, gestrichelt und die, die man sehen würde, durchgehend.

Aufgabe 460522 (23%)

Gegeben ist eine Raute (ein Rhombus). Jede Seite wurde in sechs gleich große Abschnitte aufgeteilt. Dadurch entstehen auf jeder Rautenseite fünf Punkte. Diese Punkte sind so miteinander verbunden worden, dass fünf Rechtecke in der Raute entstehen (siehe Abbildung A460522a, eines dieser Rechtecke wurde hier stärker umrandet).

Umrande jedes dieser Rechtecke mit einer anderen Farbe oder anderen Linienart, so dass du und die Korrigierenden erkennen, von welchen der Rechtecke du jeweils sprichst.

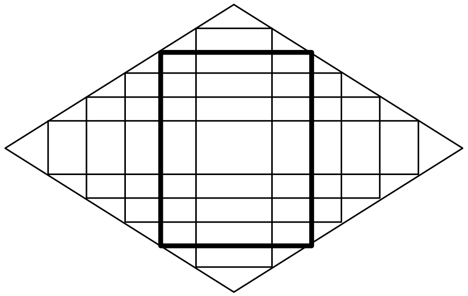


Abbildung A460522a

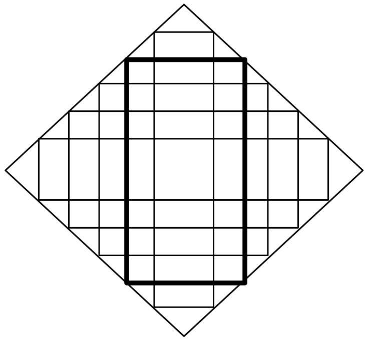


Abbildung A460522b

a) Welches von den Rechtecken hat den kleinsten Umfang, welches den größten?

b) Bestimme den Flächeninhalt der fünf Rechtecke und ordne sie der Größe nach.

c) Auch ein Quadrat ist eine Raute, und zwar eine spezielle. Wenn wir wieder die fünf Rechtecke einzeichnen, sieht das so aus wie in Abbildung A460522b. Stimmen deine Ergebnisse aus a) und b) auch in diesem Fall? (Du sollst dich hier nicht auf Ausmessen verlassen!)

Beachte beim Bearbeiten den allgemeinen Hinweis:

> *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

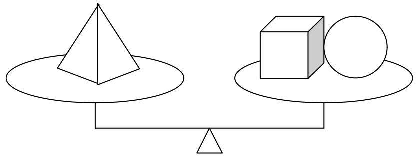
I. Verwenden von Gleichungen / Variablen

Aufgabe 390524 (37%)

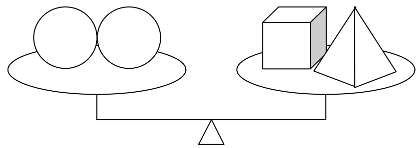
Mit einer Balkenwaage werden zwei Wägungen durchgeführt – siehe Abbildung. Beide Male ergibt sich Gleichgewicht, das heißt: Das Gewicht auf der linken Waagschale ist ebenso groß wie das Gewicht auf der rechten Waagschale.

Man weiß: Jeder Würfel wiegt genauso viel wie jeder andere Würfel, jede Kugel ist genauso schwer wie jede andere Kugel, jede Pyramide wiegt genauso viel wie jede andere Pyramide.

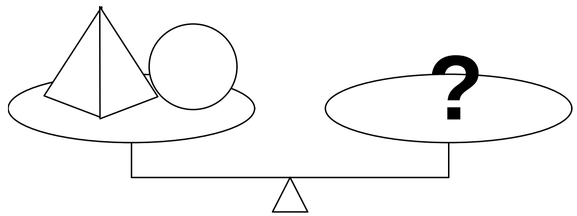
1. Wägung



2. Wägung



3. Wägung



Wie viele Würfel müssen bei der dritten Wägung auf die rechte Waagschale, damit wieder Gleichgewicht entsteht?

Aufgabe 470521 (43%)

Jens geht mit seinen Freunden oft an den Pizzastand in der Nähe der Schule.

(1) Für eine Cola und drei Pizzastücke bezahlen sie 4,80 €.

(2) Wenn sie zwei Cola und zwei Pizzastücke kaufen, müssen sie 4,00 € bezahlen.

(3) Und wenn sie drei Cola und ein Pizzastück kaufen, kostet es 3,20 €.

Wie viel kostet eine Cola? Wie viel kostet ein Pizzastück?
Überprüfe deine Lösungen!

Aufgabe 460523 (32%)

Ein Wanderer steht in A-Dorf am Ufer eines dreieckigen Sees. A-Dorf liegt in einer Ecke des Sees, an den anderen Ecken befinden sich B-Hausen und C-Ingen. Der Wanderer will nach D-Stetten. Er weiß:

- Von C-Ingen sind A-Dorf und B-Hausen gleich weit entfernt.
- D-Stetten liegt genau in der Mitte zwischen B-Hausen und C-Ingen.

a) Zeichne den See und die Orte am See. (Das entstehende Dreieck nennt man übrigens gleichschenklig.)

b) Der Wanderer möchte von A-Dorf nach D-Stetten. Seiner Karte entnimmt er:

- Wenn er über C-Ingen läuft, ist der Weg 18 km lang.
- Wenn er den anderen Weg über B-Hausen nimmt, dann ist sein Weg 14 km lang.

Der Wanderer entscheidet sich für den kürzeren Weg und läuft über B-Hausen. Wie weit ist es von A-Dorf nach B-Hausen?

c) Mache eine Probe, ob deine errechneten Strecken zusammen wirklich die in der Karte angegebenen Längen ergeben.

Aufgabe 400524 (26%)

Zwei Räuber stahlen ein Gefäß mit 8 Litern wertvollen Balsams. Auf ihrer Flucht kauften sie von einem Händler zwei leere Kannen. In ihrem Versteck wollten sie den Balsam aufteilen, aber sie stellten zu ihrer Enttäuschung fest, dass ihre Kannen 3 Liter und 5 Liter fassten.

a) Gib an, wie es die beiden Räuber durch Umschütten schaffen konnten, dass sich in einem der drei Gefäße 6 Liter, in einem anderen 2 Liter Balsam befanden!

b) Wie konnten die Räuber es schließlich erreichen, die wertvolle Flüssigkeit gerecht zwischen sich aufzuteilen?

Aufgabe 390523 (14%)

Berti hat jahrelang Telefonkarten aus aller Welt gesammelt. Eines Tages beschließt er, einer neuen Sammlerleidenschaft nach zu gehen, und er verschenkt seine Telfonkarten an seine drei besten Freunde.

Sein Freund Rainer erhält 120 Telefonkarten und außerdem von dem verbleibenden Rest den dritten Teil.

Freund Ulli erhält danach 60 Telefonkarten und außerdem von dem nun verbleibenden Rest den dritten Teil.

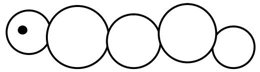
Sein Freund Erich bekommt den Rest, nämlich 120 Telefonkarten.

Wie viele Telefonkarten waren ursprünglich in Bertis Sammlung?
Wie viele Karten erhält Rainer, wie viel Ulli?

[Zu diese Aufgabe gibt es drei verschiedene Lösungswege:
- *Systematisches Probieren unter Verwendung einer Tabelle*
- *„Rückwärtsrechnen“*
- *Übersetzen in die Sprache der Gleichungen mit Variablen]*

Aufgabe 480524 (43%)

Max malt mit seinem kleinen Bruder Moritz. Sie wollen in der Raupe (siehe nebenstehende Abbildung) jeden Kreis mit einer Farbe ausmalen.



a) Sie haben die Farben rot und blau, den Kopf aber wollen sie weiß lassen.
Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Farbverteilung?

b) Nun soll der Kopf doch mit angemalt werden.
Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn drei Kreise rot und zwei Kreise blau ausgemalt werden sollen?

c) Nun fordern wir noch darüber hinaus, dass nicht mehr als zwei gleichfarbige Kreise benachbart sein sollen. Wie viele Möglichkeiten bleiben dann noch übrig?

d) Moritz möchte eine ganz bunte Raupe zeichnen. Er verwendet zum Ausmalen der fünf Kreise fünf verschiedene Farben.
Wie viele verschiedene Raupen könnte Moritz zeichnen?
Vorsicht: Es muss gerechnet werden, weil es ziemlich viele sind.

Aufgabe 440522 (32%)

Anne legt ein Rechteck aus 2 x 3 gleich großen Quadraten (siehe Abbildung 440522a). Dieses Rechteck nennen wir das Rechteck der „nullten“ Stufe. Um dieses Rechteck legt sie eine Reihe Quadrate (siehe Abbildung 440522b) und erhält das Rechteck der ersten Stufe. Nun legt sie wieder eine Reihe Quadrate (das Rechteck zweiter Stufe entsteht), usw.

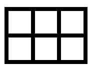


Abbildung 440522a

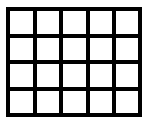


Abbildung 440522b

a) Aus wie vielen Quadraten besteht das Rechteck der dritten Stufe?
b) Aus wie vielen Quadraten besteht das Rechteck der 20. Stufe?
c) Anne stellt fest, dass es unter dieses Rechtecken eines gibt, das genau fünfmal so viele Quadrate enthält wie ein anderes. Für welche Rechtecke gilt dies?

Aufgabe 480521 (56%)

Beim Schulsportfest trugen die fünf Freundinnen Anja, Bea, Clara, Dana und Elke untereinander einen Wettbewerb im Weitsprung aus. Alle zusammen schafften 15,20 m.
Anja und Bea sprangen zusammen 6 m, wobei Bea 60 cm weiter sprang als Anja.
Elke sprang 40 cm weniger weit als Dana, beide zusammen schafften 6,40 m.

a) Wie weit sprang Anja?
b) Wie weit sprang Clara?
c) Gib alle fünf Sprungweiten an und ordne sie. Stimmt es, dass Bea gewonnen hat und dass Anja Letzte geworden ist?

Weise durch eine Probe am Text nach, dass deine Ergebnisse richtig sind.

II. Folgern ohne Variable

Aufgabe 410523 (41%)

Beim Logik-Quiz: Lara und Alexander sitzen in einem Raum. Der Quizmaster kommt dazu und sagt: „Ich habe hier drei Scheiben, zwei blaue und eine rote. Ihr schließt nun die Augen. Ich hefte jedem von euch eine der drei Scheiben auf den Rücken, die dritte nehme ich an mich. Nun dürft ihr euch die Farbe der Scheibe auf dem Rücken des anderen anschauen. Wer mir zuerst die Farbe der Scheibe nennt, die ich in meiner Tasche habe, hat gewonnen.“

Lara und Alexander, die beide gut knobeln können, sagen zunächst nichts. Schließlich sagt Alexander: „Ich kann das nicht entscheiden.“
Daraufhin sagt Lara: „Nach Alexanders Antwort kann ich jetzt entscheiden“ Die Scheibe in Ihrer Tasche ist ...!!“
Warum konnte Alexander nicht gewinnen?
Was hat Lara gesagt? Wie ist sie darauf gekommen?

Aufgabe 480523 (42%)

In der Einladung zur Siegerehrung der Mathematik-Olympiade möchte der Lehrer Herr Henning Alex, Benny und Claudia nur verraten, dass sie die ersten drei Plätze belegt haben, aber nicht verraten, wer welchen Platz belegt hat. Herr Henning macht folgende vier wahre Aussagen:

(1) Alex hat gewonnen oder Claudia hat gewonnen.
(2) Wenn Alex Zweiter ist, hat Benny gewonnen.
(3) Wenn Alex Dritter ist, dann hat Claudia nicht gewonnen.
(4) Alex ist Zweiter oder Benny ist Zweiter.

Wer darf sich über den ersten, zweiten und dritten Platz freuen?

Aufgabe 460524 (37%)

Von sechs Schülerinnen, die an der zweiten Stufe der Mathematik-Olympiade teilgenommen haben, haben genau zwei 36 Punkte erreicht. Fünf Korrektoren wurden gefragt, welche Mädchen es waren. Sie sagten:

(1) „Ich glaube, es waren Anja und Cornelia."
(2) „Soweit ich mich erinnere, waren es Barbara und Dorothea."
(3) „Ich habe mir Friederike und Anja gemerkt."
(4) „Nein, nein, nein, es waren Barbara und Elke!"
(5) „Meine Erinnerung sagt: Dorothea und Anja."

Nun ist bekannt, dass bei einer Antwort beide Namen nicht stimmten, während bei den anderen vier Antworten jeweils ein Mädchen wirklich 36 Punkte erreicht hat und eines nicht.

Welche beiden Mädchen erhalten die Urkunden für ihre 36 Punkte?

IV. Sonstige Aufgaben

Aufgabe 450524 (34%)

Du siehst in der Abbildung A450524a drei Stufen einer Entwicklung, in der immer größere Quadrate gefärbt werden. (Die Seitenlänge wächst immer um 2 Kästchen.)

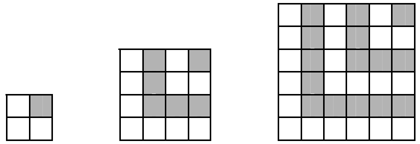


Abbildung A450524a 1. Stufe 2. Stufe 3. Stufe

a) Wie viele graue und wie viele weiße kleine Einheitsquadrate enthält die vierte Stufe?
b) Wie viele Einheitsquadrate umfasst die Gesamtfläche des Quadrates in der siebenten Stufe, und wie viele graue und weiße Einheitsquadrate sind hier vorhanden?
Nun betrachten wir das Entsprechende im Raum. In der ersten Stufe beginnen wir mit dem kleinen Würfel (1. Stufe), der in der Abbildung A450524b gezeigt ist. Angebaut wird immer auf den drei Seiten, die dem einzelnen grauen Würfel vom Anfang gegenüberliegen, also auf der linken Seite, hinten und oben. In einer Stufe wird immer erst die eine Schicht grauer Würfel angeklebt, dann eine Schicht weißer Würfel. Der so erzeugt Würfel der 2. Stufe ist ebenfalls in Abbildung A450524b zu sehen.

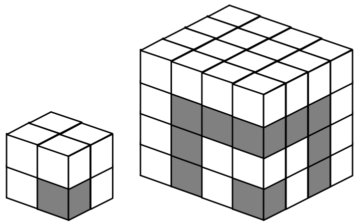


Abbildung A450524b 1. Stufe 2. Stufe

c) Wie viele graue und wie viele weiße kleine Einheitswürfel bilden den Würfel in der 2. Stufe?

d) Wie viele graue und wie viele weiße kleine Einheitswürfel bilden den Würfel in der 3. Stufe?

Aufgabe 490523 (36%)

Judith, Hanna und Katrin haben jeweils Mütze, Schal und Handschuhe in einer Farbe; Judith in blau, Hanna in grün und Katrin in orange.
Im Dezember tauschen Judith, Hanna und Katrin Mütze, Schal und Handschuhe. Am Nikolaustag konnte man die folgenden Beobachtungen machen:

(1) Nur Judith ist dreifarbig gekleidet, sie trägt ihre eigenen Handschuhe.
(2) Bei Hanna haben Schal und Mütze nicht die gleiche Farbe.
(3) Katrin trägt Hannas Mütze.

Welche Farben haben Mütze, Schal und Handschuhe, die Judith trägt, welche Farben bei den drei Kleidungsstücken tauchen bei Hanna auf, und was trägt Katrin?

Aufgabe 400521 (23%)

Anke, Bastian und Clemens haben an einem Wettbewerb teilgenommen. Dabei hat Anke mehr Punkte erzielt als die beiden anderen Kinder, und Clemens hat weniger Punkte erreicht als die beiden anderen. Wenn man die Punktzahlen der drei Kinder miteinander multipliziert, ergibt sich das Produkt 120.

a) Wie viele Punkte können die Kinder erreicht haben? Gib alle Möglichkeiten an.

b) Es hat sich herausgestellt, dass der Punktabstand zwischen Anke und Bastian genau so groß ist wie zwischen Bastian und Clemens. Gib alle Möglichkeiten der Punktverteilung an, für die auch dies zutrifft.

Aufgabe 450522 (36%)

Eine alte Aufgabe lautet:

> *Wenn man ein Kilogramm Rosenöl herstellen will, dann benötigt man dazu eine halbe Tonne an Rosenblüten. Zur Herstellung von einem Liter Parfüm braucht man zwölf Tropfen Rosenöl. Dabei wiegen 36 Tropfen Rosenöl genau ein Gramm.*
> *Auf den Feldern von Moldawien wurden 1500 kg Rosenblüten geerntet. Wie viel Liter Parfüm kann man daraus herstellen?*

Hinweis: Berechne zunächst, wie viele Liter Parfüm man mit einem Kilogramm Rosenöl herstellen kann!

Zu den Einheiten: Ein Kilogramm hat 1000 Gramm (1 kg = 1000 g). Eine Tonne hat 1000 Kilogramm (1 t = 1000 kg).

Aufgabe 430524 (20%)

Die Panzerknacker flüchten in einem Auto. Zwei Mathematiker sind Zeuge. Bei der Polizei macht der erste folgende Angaben zum Kennzeichen:

- Die Zahl auf dem Kennzeichen ist vierziffrig.
- Sie beginnt mit der Ziffer 5.
- Die Zahl ist eine Quadratzahl.
- Die Endziffer der Zahl auf dem Kennzeichen ist gleich der Endziffer, deren Quadrat die Zahl auf dem Kennzeichen ist.

Kann die Polizei die Zahl auf dem Kennzeichen aus diesen Angaben eindeutig ermitteln? Wenn ja, gib die Zahl an; wenn nein, gib an, welche Kennzeichen-Zahlen möglich sind!

Der Kollege des ersten Mathematikers sagt:

- Mein Kollege hat mit fast allem Recht – aber die Zahl begann mit einer Sechs.

Kann die Polizei aus diesen Angaben die Zahl eindeutig bestimmen?

Aufgabe 420524 (19%)

Tanja erwartet ihre Freundin Iris von einer Busfahrt aus Italien zurück. Der Bus soll um 12:00 Uhr am Bahnhof in der Hafenstadt ankommen. Sie fährt mit dem Auto so los, dass sie genau zur Ankunftszeit da ist.

Nun kam der Bus aber früher; Iris wusste nicht, dass sie abgeholt werden soll, und macht sich auf den Weg nach Hause. Als sie 30 Minuten gelaufen war, erkannte sie im entgegen kommenden Auto ihre Freundin und stieg erfreut ein. Das Mittagessen war aber noch nicht fertig, denn die beiden Freundinnen kamen dadurch 20 Minuten früher als erwartet.

Um wie viel Uhr war der Bus angekommen?

III. Kombinatorik

Aufgabe 430523 (41%)

Jens hat eine Packung Smarties gekauft. Es sind rote, blaue und gelbe Smarties in der Packung. Schnell überschlägt er, dass von jeder Farbe mindestens zwanzig Smarties in der Packung sind.

a) Jens nimmt sich vier Smarties heraus. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Farbverteilung?

b) Er tut die Smarties wieder hinein – alles ist wie am Anfang. Jetzt schließt er die Augen und überlegt: Wie viele Smarties muss ich herausholen, damit ich mit Sicherheit sechs von einer Farbe habe?

c) Er nascht jetzt etliche Smarties und zählt dann die restlichen. Es sind 57 übrig. Seine Schwester kommt und will Smarties abhaben. Jens sagt: „Gern, wenn du mir eine Frage beantwortest: Unter den 57 Smarties sind genau fünf rote und dreimal so viel blaue wie gelbe. Wie viele Smarties musst du ziehen, damit du mit Sicherheit eine blaue hast?“

Marie antwortet schnell und bekommt eben diese Zahl an Smarties.
Wie viele Smarties hat sie erhalten?

Aufgabe 420522 (39%)

Bekanntlich nehmen an der Bundesrunde der Mathematik-Olympiade alle 16 Bundesländer teil. Wir planen für eine künftige Bundesrunde: Jeder Teilnehmer soll als Begrüßungsgeschenk ein T-Shirt erhalten. Am T-Shirt soll man aber erkennen, aus welchem Bundesland der Teilnehmer kommt. Dazu sollen weiße T-Shirts besorgt werden, die links und rechts farbige Ärmel haben.

1. Eine Firma bietet für die Ärmel vier Farben an: blau, grün, rot und schwarz. Reicht diese Farbauswahl aus, um alle Bundesländer an den T-Shirts zu unterscheiden?

2. Leider stellt sich bei der Durchführung heraus, dass einige Teilnehmer ihre T-Shirts falsch herum angezogen hatten (vorn und hinten vertauscht). Wieso schuf dies ein Problem? Wie viele T-Shirt-Typen kann man bei vier Ärmelfarben auch dann noch unterscheiden, wenn dieses vertauschte Anziehen vorkommt?

3. Um dieses Problem zu lösen, schlug die T-Shirt-Firma vor, im nächsten Jahr fünf Farben zu verwenden, also noch violett dazuzunehmen. Wird dadurch das Problem gelöst?

Aufgabe 440523 (26%)

Dominik bestaunt sein neues Fahrrad. Der Kilometerstand zeigt grundsätzlich vier Stellen an (einschließlich der Ziffer 0).

a) Wie viel Kilometerstände mit vier verschiedenen Ziffern sind möglich?

b) Wie oft zeigt der Zähler eine Zahl mit lauter gleichen Ziffern an?

c) Wie oft stellt sich eine Zahl ein, bei der nur die erste und die dritte, sowie die zweite und die vierte Ziffern übereinstimmen?

d) Wie oft kann Dominik eine Zahl mit lauter ungeraden Ziffern bestaunen?
(Bedenke bitte, dass der Kilometerzähler führende Nullen immer anzeigt!)