A u f g a b e n - T e i l 1

S a c h a u f g a b e n

1) Ein Viehhändler erzählt: „Gestern habe ich Schafe und Hühner verkauft. Sie hatten zusammen 100 Füße und mehr als 50 Augen. Es waren mehr als viermal so viele Schafe wie Hühner.“
Lässt sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln, wie viele Schafe und wie viele Hühner es waren?
Falls dies nicht möglich ist, dann ermittle alle Anzahlen, welche die gestellten Bedingungen erfüllen.

2) Für die Umzäunung eines rechteckigen Grundstücks, dessen längere Seite doppelt so lang ist wie die kürzere Seite, wurden 1512 € bezahlt, wobei 1 Meter Zaun 3 € kostet.
Wie viel Hektar beträgt die Fläche dieses Gartens? Runde auf 2 Stellen nach dem Komma.

3) Zwei Eichhörnchen sammeln seit Wochen Walnüsse aus unserem Walnussbaum. Drei Viertel der Walnüsse werden sie im Winter wieder finden und fressen. Vom Rest werden zwei Drittel von anderen Eichhörnchen gefressen und neun Zehntel der jetzt noch verbleibenden Nüsse verfaulen. Aus dem Rest wachsen neue Walnussbäume.
Wie viele Walnüsse haben die beiden Eichhörnchen gesammelt, wenn im nächsten Jahr zwei Walnussbäume wachsen?
Weise durch eine Probe nach, dass das von dir ermittelte Resultat stimmt.

4) Aus dem Buch „Vollständige Anleitung zur Algebra“, das 1770 von Leonhard Euler herausgegeben wurde und mehr als 100 Jahre lang zu den beliebtesten und meist gelesenen Lehrbüchern gehörte, stammt die Problemstellung zu folgender Aufgabe:
Ich habe einige (nicht unbedingt ganzzahlige) Ellen Tuch gekauft und dabei für je 5 Ellen 7 Taler bezahlt. Dann habe ich das gesamte Tuch wieder verkauft, wobei ich für je 7 Ellen 11 Taler bekam. Bei diesem Handel habe ich 100 Taler gewonnen.
Wie viele Ellen dieses Tuches habe ich gekauft und anschließend wieder verkauft?

5) Um 16.00 Uhr fährt ein 500 m langer Zug in einen 1,5 km langen Tunnel ein. Es dauert 4 Minuten bis er den Tunnel gänzlich passiert hat. Eine Blockstelle ist vom Tunnelausgang 5,5 km entfernt. Der Zug fährt mit gleich bleibender Geschwindigkeit.
Wann erreicht der Zug die Blockstelle?

6) Anna, Benjamin, Carsten, Dorothee und Eva vergleichen ihr Alter. Dabei stellt sich heraus:
- (a) Jede Person hat ein anderes ganzzahliges Alter.
- (b) Dorothee ist doppelt so alt wie Eva.
- (c) Benjamins Alter ist eine Primzahl, er ist jünger als Carsten, aber nicht die jüngste Person.
- (d) Carsten ist halb so alt wie Dorothee und Eva zusammen.
- (e) Evas Alter ist der Nachfolger einer Primzahl.
- (f) Anna ist jünger als Dorothee und ihr Alter ist durch 5 teilbar; sie ist auch nicht die jüngste Person.

Untersuche, ob sich das Alter für jede dieser Personen aus diesen Bedingungen eindeutig ermitteln lässt.

7) Die Gemeinden A und B sowie die Stadt C liegen in dieser Reihenfolge an einer Landstraße. Die Gemeinden A und B sind genau 5 km voneinander entfernt. Von B aus fährt ein Traktor morgens um 6 Uhr mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 10 km/h nach C. Am gleichen Tag fährt von A aus ein Radfahrer um 7 Uhr mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 15 km/h nach C und überholt den Traktor vor der Stadt C.

a) Zu welcher Uhrzeit und in welcher Entfernung von B überholt der Radfahrer den Traktor?
b) Wie viele Kilometer sind B und C voneinander entfernt, wenn der Radfahrer genau 40 Minuten früher in C ankommt wie der Traktor?

8) Herr Schmidt will seinen Garten in Ordnung bringen. Er würde dazu 12 Stunden brauchen; das ist ihm zu viel. Deshalb bittet er seine Söhne Max und Philipp um Mithilfe. Wenn alle drei zusammen arbeiten, würden sie die Arbeit in 5 Stunden schaffen. Dabei sei angenommen, dass Philipp ebenso schnell arbeitet wie Max.
a) In welcher Zeit würden Max und Philipp zusammen die Arbeit ohne ihren Vater schaffen?
b) Alle drei beginnen zusammen mit der Arbeit. Max hört nach 2 Stunden auf, Philipp nach 4 Stunden. Wie lange muss Herr Schmidt noch alleine arbeiten?

9) Gerd will von Adorf nach dem 30 km entfernten Emsleben gelangen. Zunächst geht er mit einer gleichmäßigen Geschwindigkeit von 5 km/h zu Fuß. Nach einer gewissen Zeit wird er von Ralph mit dem Moped mitgenommen, und die beiden legen den Rest des Weges mit einer gleichmäßigen Geschwindigkeit von 40 km/h zurück. Gerd war insgesamt 1,5 Stunden unterwegs.
Wie viel Kilometer hat Gerd zu Fuß zurückgelegt?

10) Ein mit konstanter Geschwindigkeit v_1 fahrender LKW wird 1 h 25 min nach Fahrtbeginn von einem mit konstanter Geschwindigkeit v_2 fahrenden PKW eingeholt, der 30 min später vom gleichen Ort abfuhr, aber eine um 25 km/h höhere Geschwindigkeit hatte als der LKW.
a) Berechne v_1 und v_2.
b) Welche Länge s hat die von beiden Fahrzeugen bis zum Überholpunkt durchfahrene Wegstrecke?

11) Ein Feuerlöschteich enthalte 135 m³ Wasser. Bei einem Einsatz entnimmt eine Motorspritze 750 l/min.
Wann ist der Teich leer gepumpt, wenn 30 min nach der ersten Motorspritze noch eine zweite mit der Leistung von 500 l/min zusätzlich eingesetzt wird und die erste Pumpe zwischendurch einmal 10 min ausfällt?

12) Um einen Behälter von 50 m³ Fassungsvermögen zu füllen, wurde eine Pumpe I um 7.00 Uhr eingeschaltet. Um 8.00 Uhr wurde eine Pumpe II zugeschaltet. Auf diese Weise war der Behälter um 11.00 Uhr gefüllt. Die Leistungen der beiden Pumpen waren während der gesamten Betriebsdauer jeweils konstant. Die Leistung der Pumpe I verhielt sich zu der von Pumpe II wie 1 : 2.
Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die Leistungen der beiden Pumpen eindeutig ermitteln lassen und gib an, wie groß diese Leistungen waren.

13) Im verschlossenen Hinterzimmer der Bar herrscht betroffenes Schweigen. Auf dem Tisch liegen die Karten verstreut. Sechs Cowboys sitzen um einen runden Tisch herum, und zwar der alte Burt, John, George, Allan, Fred und Tom. Genauer gesagt: Fünf sitzen und einer, von dem sie alle wussten, dass er falsch spielt, liegt neben seinem Stuhl und ist bewusstlos. Einer am Tisch muss ihm ein starkes Schlafmittel in den Becher getan haben.
Folgendes steht fest:
(a) Der alte Burt bittet den neben ihm sitzenden Allan um eine Zigarette.
(b) Burt sitzt Tom gegenüber, der nervös in die Runde blickt.
(c) George sitzt links neben dem Onkel des Mannes, der George direkt gegenüber sitzt.
(d) Der Täter sitzt nicht neben dem Onkel und nicht neben dessen Neffen, der Schlafende befindet sich zwischen den beiden.
(e) Der Mann an Freds rechter Seite, er heißt nicht George und sitzt links vom Täter.
(f) Der Täter hat keine Verwandten am Tisch.
Untersuche, ob sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, wer der Täter und wer der Schlafende war.

L o g i k / K o m b i n a t o r i k

[Lies im Arbeitsmaterial auf S.9 „Tabellen als Hilfsmittel beim Lösen von Zuordnungsaufgaben]

1) Zur Mathematik-Olympiade treffen einander die Schüler Andreas, Corinna, Dirk und Karolin. Sie kommen jeder aus einer anderen Stadt, und zwar aus Berlin, Dresden, Halle und Schwerin. Wir wissen folgendes über sie:

(a) Andreas und der Teilnehmer aus Berlin sind von den vier Schülern die beiden einzigen, die schon im Vorjahr an der Olympiade teilgenommen haben.
(b) Die beiden anderen, nämlich Karolin und der Teilnehmer aus Dresden sind zum ersten Mal bei der Olympiade gestartet.
(c) Dirk ist älter als der Teilnehmer aus Berlin.
(d) Karolin ist jünger als der Teilnehmer aus Schwerin.

Welcher Teilnehmer kommt aus welcher Stadt?
Wer sind die beiden, die schon im Vorjahr teilnahmen?

2) Über die Schüler einer Klasse ist folgendes bekannt:

(a) Genau 13 Schüler dieser Klasse gehen in die Mathematik - AG.
(b) Genau 15 Schüler dieser Klasse gehen in die Spor t- AG.
(c) Genau 6 Schüler dieser Klasse gehen sowohl in die Mathematik - AG als auch in die Sport - AG.
(d) Genau 4 Schüler dieser Klasse gehen weder in die Mathematik - AG noch in die Sport- AG.

Wie viele Schüler gehen in diese Klasse?

3) Die vier Schüler Erdbach, Freimuth, Giebler und Hausmann haben die Vornamen Alfred, Bernd, Christian und Detlef (möglicherweise nicht in dieser Reihenfolge). Sie trafen einander auf Siegfried Zanders Geburtstagsfeier. Folgendes sei bekannt:

(a) Als ersten Gast konnte Siegfried seinen Mitschüler Hausmann begrüßen, als zweiten Christian und danach Erdbach. Zuletzt kam Bernd.
(b) Jeder dieser vier Gäste brachte für das Geburtstagskind genau ein Geschenk mit: Hausmann ein Würfelspiel, Alfred einen Kugelschreiber, Bernd einen Strauß Rosen und Giebler ein Buch.

Wie heißen die vier Mitschüler mit Vor- und Familiennamen?

4) Fünf Autos haben fünf verschiedene Farben. Bekannt ist:

(a) Der BMW, der Audi und der Peugeot standen am Dienstag gemeinsam mit dem weißen Auto im Parkhaus.
(b) Im Wochenendstau trafen einander der BMW, das grüne und das schwarze Auto, und alle drei Fahrer entdeckten auch den Ford.
(c) Der Fahrer des blauen Autos und der des BMW wollen zusammen in den Urlaub fahren.
(d) Auf dem Video des Parkhauses vom Dienstag ist kein grünes Auto zu sehen.
(e) Der Fahrer des schwarzen Autos ist so groß, dass er nicht in den kleinen Peugeot passt.
(f) Der Opelfahrer steht an der Ampel hinter dem roten Auto.

Weise nach, dass sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, welches Auto welche Farbe hat und gib diese Zuordnung an.

5) In einer Schule werden die Fächer Deutsch, Englisch und Französisch von den Lehrern Axtmann, Blechschmidt bzw. Cornelius unterrichtet. Die Vornamen dieser Lehrer lauten Gerd, Heiko und Ingo. Es ist folgendes bekannt:

(a) Axtmann ist der jüngste Lehrer.
(b) Blechschmidt, Gerd und der Französischlehrer haben einen gemeinsamen Arbeitsweg.
(c) Gerd ist älter als Heiko.
(d) In der Freizeit spielen der Englischlehrer, Heiko und Axtmann gern Skat.

a) Untersuche, ob sich aus diesen Angaben eindeutig eine Zuordnung zwischen den Vornamen, den Familiennamen und den Fächern ableiten lässt.
Ist dies der Fall, dann gib diese Zuordnung an.

b) Füge zu den Angaben noch folgende hinzu:
(e) Axtmann und der Französischlehrer sind Nachbarn.
Führe auch hier die unter a) geforderten Untersuchungen durch.

6) Von einer Schülerreisegruppe ist Folgendes bekannt:
(a) Genau 28 Schüler gehören zu der Reisegruppe.
(b) Genau 8 dieser Schüler lernen Latein.
(c) Genau 15 dieser Schüler lernen Französisch.
(d) Genau 20 dieser Schüler lernen Englisch.
(e) Genau 6 dieser Schüler lernen Latein und Englisch.
(f) Genau 13 dieser Schüler lernen Französisch und Englisch.
(g) Keiner der Schüler lernt Latein und Französisch, aber nicht Englisch.
(h) Genau 5 Schüler dieser Gruppe lernen alle drei Fremdsprachen.

Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die Antworten auf folgende Frage eindeutig ermitteln lassen und beantworte diese Fragen.

[Lies auf S.9 „Mengendiagramme“.]

a) Wie viele dieser Gruppe lernen keine der drei Fremdsprachen?

b) Wie viele dieser Gruppe lernen mindestens eine der drei Fremdsprachen?

c) Wie viele dieser Gruppe lernen genau eine der drei Fremdsprachen?

d) Wie viele dieser Gruppe lernen genau zwei dieser Fremdsprachen?

e) Wie viele dieser Gruppe lernen mindestens zwei dieser Fremdsprachen?

f) Wie viele dieser Gruppe lernen höchstens zwei dieser Fremdsprachen?

7) Über die Schüler aus der Klassenstufe 7 einer Schule ist bekannt:
(a) In die Parallelklassen 7a und 7b gehen insgesamt 39 Schüler.
(b) Genau 11 Schüler spielen Fußball.
(c) Genau 19 Schüler gehen in die Mathematik - AG.
(d) Genau 23 Schüler gehen in den Schulchor.
(e) Genau 1 Schüler nimmt an allen drei Freizeitangeboten teil.
(f) Genau 4 Schüler spielen Fußball und gehen in die Schulchor.
(g) Genau 7 Schüler gehen in den Schulchor und die Mathematik - AG.
(h) Genau 2 Schüler spielen Fußball und gehen in die Mathematik - AG.

In den Bedingungen (f), (g) und (h) nehmen die Schüler genau zwei Angebote an.

Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die Antworten auf folgende Fragen eindeutig ermitteln lassen und beantworte diese Fragen.

a) Wie viele Schüler nutzen nur eines der drei Freizeitangebote?
b) Wie viele Schüler nutzen keines der Freizeitangebote?

8) Die Schülerinnen Birgit, Christina, Dorothee, Eva, Inge und Monika sowie die Schüler Anton, Fred, Günther, Helmut, Jürgen und Kurt wollen einen Tanz aufführen. Dabei wird in Paaren getanzt. Die Zusammenstellung der Paare aus je einer Schülerin und einem Schüler soll nach folgenden Kriterien und Wünschen erfolgen:
(a) In keinem Fall soll der männliche Partner kleiner als der weibliche sein.
(b) Christina möchte nicht mit Anton tanzen, der kleiner als Birgit und auch kleiner als Eva ist.
(c) Jürgen möchte nur mit Dorothee oder mit Monika tanzen.
(d) Fred, der größer als Helmut aber kleiner als Anton ist, möchte nur mit Eva oder mit Monika tanzen.
(e) Kurt weiß, dass Günther nicht mit Christina und auch nicht mit Eva tanzen möchte.

a) Untersuche, ob sich aus diesen Aussagen und Wünschen eindeutig eine Zusammenstellung der Schüler zu Tanzpaaren finden lässt, welche die Bedingungen (a) bis (e) erfüllt. Wenn das der Fall ist, dann gib diese Zusammenstellung an.

b) Untersuche, ob sich bereits aus den Bedingungen (a) bis (d) eine eindeutige Zusammenstellung der Schüler zu Tanzpaaren finden lässt.
Ist das nicht der Fall, dann gib eine weitere Zusammenstellung an, welche die Bedingungen (a) bis (d) erfüllt.

c) Füge den Bedingungen (a) bis (e) noch folgende Bedingung hinzu:
(f) Kurt ist kleiner als Fred.
Führe auch hier die geforderte Untersuchung durch.

d) Untersuche, ob alle in den Bedingungen (a) bis (e) enthaltenen Informationen benötigt werden. Wenn nein, dann formuliere eine abgeschwächte Bedingung.

9) Die sechs Spielfreunde Albert, Bruno, Clemens, David, Erik und Franz wollen in zwei Dreiergruppen gegeneinander spielen. Sie äußern folgende Forderungen für die Aufteilung:

(a) Albert: „Ich möchte weder mit David noch mit Franz spielen."
(b) Bruno: „Wenn Erik und Clemens oder Erik und Franz zusammen in einer Spielgruppe sind, dann möchte ich überhaupt nicht spielen."
(c) Clemens: „Ich möchte mit Franz spielen."
(d) David: „Ich möchte nicht mit Franz spielen."
(e) Erik: „Ich möchte nicht zusammen mit Albert und David spielen."

a) Ermittle eine Aufteilung der sechs Spielfreunde in zwei Dreiergruppen, welche den Forderungen (a), (b) und (c) genügt.

b) Weise nach, dass es keine weitere Aufteilung in zwei Dreiergruppen gibt, welche den Forderungen (a), (b) und (c) genügt.

c) Untersuche, ob es Aufteilungen in zwei Dreiergruppen gibt, welche den Forderungen (a), (b), (c) und (d) genügen.

d) Untersuche, ob es Aufteilungen in zwei Dreiergruppen gibt, welche den Forderungen (a), (b), (c) und (e) genügen.

10) Andreas, Björn, Chris und Daniel spielen Fußball. Plötzlich trifft einer der vier Jungen mit einem scharfen Schuss eine Fensterscheibe im Nachbarhaus. Sie zerspringt klirrend in tausend Stücke. Das Spiel ist jäh zu Ende und die vier werden zur Verantwortung gezogen. Man stellt ihnen mehrere Fragen und sie antworten wie folgt:

Andreas: (a_1) Zwischen der zerbrochenen Fensterscheibe und meinem Schuss besteht kein Zusammenhang.
(a_2) Daniel hat das Spiel angestoßen.
(a_3) Chris hat die Scheibe nicht eingeschlagen; er ist unschuldig.

Björn: (b_1) Ich habe den Ball nicht ins Fenster geschossen.
(b_2) Chris ist der Übeltäter.
(b_3) Ich habe mehr Tore geschossen als Daniel.

Chris: (c_1) Der fatale Schuss in die Scheibe wurde nicht von mir abgegeben.
(c_2) Diesmal ist es mir nicht gelungen, ein Tor zu schießen.
(c_3) Andreas hat keine Schuld an der kaputten Scheibe.

Daniel: (d_1) Ich habe den Ball nicht in die Fensterscheibe geschossen.
(d_2) Chris ist es gewesen.
(d_3) Als ich ankam, war das Spiel bereits in vollem Gange.

Offensichtlich haben es die Jungen mit der Wahrheit nicht immer genau genommen: Jeder der vier Jungen hat genau zweimal die Wahrheit und genau einmal die Unwahrheit gesagt.
Untersuche, ob aus diesen Angaben eindeutig ermittelt werden kann, welche Aussagen wahr bzw. welche falsch sind und wessen Schuss in die Fensterscheibe ging.

Z a h l e n t h e o r i e

B e s t i m m u n g s a u f g a b e n

[Lies im Arbeitsmaterial auf S.7 „Einige mathematische und logische Grundlagen".]

Hinweis: Als „natürliche Zahlen" bezeichnen wir die nicht negativen ganzen Zahlen; daher wird auch die Null als natürliche Zahl aufgefasst.

1) Von vier Zahlen ist Folgendes bekannt:
   (a) Die erste Zahl ist um 7 kleiner als das Doppelte der dritten Zahl.
   (b) Die zweite Zahl ist gleich der Summe aus der ersten und der vierten Zahl.
   (c) Die vierte Zahl ist um 25 größer als das Doppelte der ersten Zahl.
   (d) Die Summe der vier Zahlen beträgt 151.

Ermittle die vier Zahlen und mache eine Probe.

2) Ermittle diejenigen 12 aufeinander folgenden ganzen Zahlen, welche die Eigenschaft haben, dass die Summe der beiden größten Zahlen gleich der Summe der 10 übrigen Zahlen ist.
Mache eine Probe.

3) Ermittle alle Tripel $(x; y; z)$ aus natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllen:
   (a) $8|(x + y + z)$;
   (b) $x \cdot y \cdot z = 210$;
   (c) $4x < 3y < z$.

4) Ermittle alle Paare $(x; y)$ aus natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllen:
   (a) $x < y$;
   (b) $x + y = 192$;
   (c) $\text{ggT}(x; y) = 24$.

5) Ermittle alle natürlichen Zahlen x, die folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllen:.
   (a) $8|x$;
   (b) x hat die Quersumme 7;
   (c) x hat das Querprodukt 6.

(Unter dem Querprodukt QP(x) einer natürlichen Zahl x versteht man das Produkt, das genau die einzelnen Ziffern der Zahl x als Faktoren enthält.)

6) Ermittle alle Tripel $(x; y; z)$ aus natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllen:
   (a) $x < y < z$;
   (b) $6|(x + y + z)$;
   (c) $x \cdot y \cdot z = 30$.

Ändert sich die Erfüllungsmenge, wenn man zusätzlich verlangt, dass $x + y < z$ gelten soll?

7) Gegeben sind folgende vier Aussagen über zwei positive natürliche Zahlen x und y:
   (a) Die Summe $(x + y)$ ist ein Vielfaches von 3.
   (b) Die Summe $(x + 4y)$ ist eine Primzahl.
   (c) Die Zahl x lässt sich wie folgt darstellen: $x = 8y + 5$.
   (d) Die Zahl y ist ein Teiler von $(x + 1)$.

Es ist bekannt, dass genau eine dieser Aussagen falsch ist. Finde die falsche Aussage heraus und ermittle alle Zahlenpaare $(x; y)$, welche die wahren Aussagen erfüllen.

B e w e i s a u f g a b e n

[Lies im Arbeitsmaterial auf S.8 „Zum Beweisen von Sätzen aus der Teilbarkeitslehre”.]

8) Beweise folgenden Satz:
Die Summe von 10 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen, von denen die kleinste Zahl durch 3 teilbar ist, ist stets durch 15 teilbar.

9) Beweise folgende Sätze :

a) Die Summe aus vier aufeinander folgenden ungeraden Zahlen ist stets durch 8 teilbar.
b) Wenn eine Zahl a bei Division durch 5 den Rest 3 lässt, und wenn eine Zahl b bei Division durch 6 ebenfalls den Rest 3 lässt, dann ist das Produkt der Zahlen a und b stets durch 3 teilbar.

10) Beweise, dass die Summe von 7 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen, von denen die kleinste durch 3 teilbar ist, stets durch 21 teilbar ist.

11) Beweise folgende Satz:

Wenn eine natürliche Zahl zwei andere natürliche Zahlen teilt, dann teilt sie auch deren Summe.

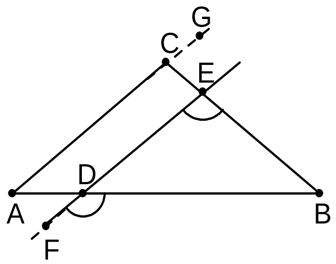
12) Beweise folgenden Satz:
Wenn in einem Produkt von 3 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen die erste Zahl eine gerade Zahl ist, dann ist dieses Produkt stets durch 24 teilbar.

G e o m e t r i e

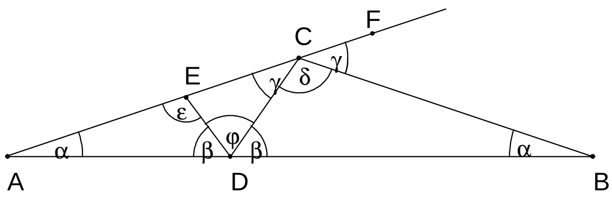
[Lies im Arbeitsmaterial auf S.7 „Struktur von Aufgaben und Lösungen“]

1) Gegeben sei ein Dreieck ABC, das folgende Bedingungen erfüllt:
   (a) $DE \| AC$ mit $D \in \overline{AB}$ und $E \in \overline{BC}$;
   (b) $\overline{AC} = \overline{BC}$;
   (c) $\angle FDB = 145°$.

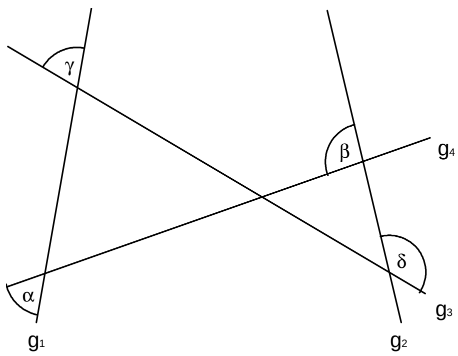
Ermittle die Größen der Winkel $\angle ECG$ und $\angle DEB$.



2) Die abgebildete Figur erfülle folgende Bedingungen:
   (a) $\angle BAC = \angle CBA = \boldsymbol{\alpha}$;
   (b) $\angle BDC = \angle EDA = \boldsymbol{\beta}$;
   (c) $\angle ACD = \angle BCF = \boldsymbol{\gamma}$.



a) Ermittle die Größe $\boldsymbol{\varphi}$ des Winkels $\angle CDE$, wenn $\boldsymbol{\delta} = 70°$ gilt.
b) Drücke allgemein $\boldsymbol{\varphi}$ durch $\boldsymbol{\delta}$ aus.



3) Die Geraden g_1, g_2, g_3, g_4 mögen einander in der aus der Abbildung ersichtlichen Weise schneiden.
Dabei gelte $\alpha = 50°$, $\beta = 100°$, $\gamma = 70°$.

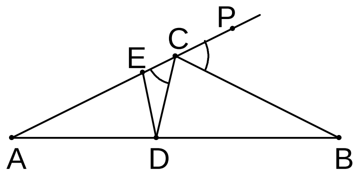
a) Ermittle die Größe von δ.
b) Drücke die Größe von δ allgemein durch α, β, γ aus.
c) Welche Bedingungen müssen die gegebenen Winkelgrößen erfüllen, damit $g_1 \| g_2$ gilt?

4) Gegeben sei ein Dreieck ABC, das folgende Bedingungen erfüllt:

(a) $\overline{AC} = \overline{BC}$;

(b) $\overline{AD} = \overline{AE}$;

(c) $\angle ACD = \angle BCP$.



a) Ermittle die Größe des Winkels $\angle AED$, wenn $\angle DCB = 80°$ gilt.
b) Ermittle die Größe des Winkels $\angle AED$, wenn $\angle DCB = 40°$ gilt.
c) Wie groß muss $\angle DCB$ gewählt werden, damit $\angle DCB = \angle AED$ gilt?

5) Ein Dreieck ABC erfülle folgende Voraussetzungen:

V_1: w ist die Winkelhalbierende des zur Seite $\overline{BC}$ im Punkt B gehörenden Außenwinkels dieses Dreiecks.

V_2: Die Parallele p zu w durch den Punkt C schneide die Gerade AB im Punkt D.

Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen die Behauptung $\overline{BC} = \overline{BD}$ folgt.

6) Ein Viereck ABCD erfülle folgende Voraussetzungen:

V_1: ABCD ist ein Trapez mit den parallelen Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$.

V_2: Die Seiten $\overline{AD}$ und $\overline{CD}$ sind gleich lang.

Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen die Behauptung folgt, dass die Diagonale $\overline{AC}$ den Winkel BAD halbiert.