A u f g a b e n - T e i l 2

Mengenlehre - Logik

1) Über die Schüler einer Klasse ist Folgendes bekannt:
   (a) Genau 13 Schüler dieser Klasse gehen in die Mathematik - AG.
   (b) Genau 15 Schüler dieser Klasse gehen in die Sport - AG.
   (c) Genau 6 Schüler dieser Klasse gehen sowohl in die Mathematik - AG als auch in die Sport - AG.
   (d) Genau 4 Schüler dieser Klasse gehen weder in die Mathematik - AG noch in die Sport- AG.

Wie viele Schüler gehen in diese Klasse?

2) Von einer Schülerreisegruppe ist Folgendes bekannt:
   (a) Genau 28 Schüler gehören zu der Reisegruppe.
   (b) Genau 8 dieser Schüler lernen Latein.
   (c) Genau 15 dieser Schüler lernen Französisch.
   (d) Genau 20 dieser Schüler lernen Englisch.
   (e) Genau 6 dieser Schüler lernen Latein und Englisch.
   (f) Genau 13 dieser Schüler lernen Französisch und Englisch.
   (g) Keiner der Schüler lernt Latein und Französisch, aber nicht Englisch.
   (h) Genau 5 Schüler dieser Gruppe lernen alle drei Fremdsprachen.

Beantworte folgende Fragen:

a) Wie viele dieser Gruppe lernen keine der drei Fremdsprachen?

b) Wie viele dieser Gruppe lernen mindestens eine der drei Fremdsprachen?

c) Wie viele dieser Gruppe lernen genau eine der drei Fremdsprachen?

d) Wie viele dieser Gruppe lernen genau zwei dieser Fremdsprachen?

e) Wie viele dieser Gruppe lernen mindestens zwei dieser Fremdsprachen?

f) Wie viele dieser Gruppe lernen höchstens zwei dieser Fremdsprachen?

3) Über die Schüler aus der Klassenstufe 7 einer Schule ist bekannt:
   (a) In die Parallelklassen 7a und 7b gehen insgesamt 39 Schüler.
   (b) Genau 11 Schüler spielen Fußball.
   (c) Genau 19 Schüler gehen in die Mathematik - AG.
   (d) Genau 23 Schüler gehen in den Schulchor.
   (e) Genau 1 Schüler nimmt an allen drei Freizeitangeboten teil.
   (f) Genau 4 Schüler spielen Fußball und gehen in den Schulchor.
   (g) Genau 7 Schüler gehen in den Schulchor und die Mathematik - AG.
   (h) Genau 2 Schüler spielen Fußball und gehen in die Mathematik - AG.

   In den Bedingungen (f), (g) und (h) nehmen die Schüler genau zwei Angebote an.

Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die Antworten auf folgende Fragen eindeutig ermitteln lassen und beantworte diese Fragen.

a) Wie viele Schüler nutzen nur eines der drei Freizeitangebote?

b) Wie viele Schüler nutzen keines der Freizeitangebote?

4) Auf dem Planeten Pombo sagen die Wombies stets die Wahrheit, während die Lombies immer lügen. Ein Bewohner des Nachbarplaneten Nombo besucht den Pombo und interviewt Ehepaare.

a) Beim ersten Ehepaar fragt er: „Was seid ihr?“ Der Ehemann antwortet: „Wir sind beide Lombies!“
Welchem Typ gehört der Ehemann an, welchem seine Frau?

b) Beim nächsten Ehepaar auf Pombo erhält der Besucher vom Nombo von der Ehefrau die Antwort: „Mindestens einer von uns ist ein Lombie.“
Welchem Typ gehört die Ehefrau an, welchem ihr Mann?

c) Beim dritten Ehepaar antwortet der Mann: „Wenn ich ein Wombie bin, dann ist meine Frau auch ein Wombie.“
Welchem Typ gehört dieser Mann an, welchem seine Frau?

Zahlen werden gesucht

11) Es sind die Werte folgender Summen zu berechnen, wobei nur vorkommende Produkte mit einem Taschenrechner berechnet werden dürfen.

a) Die Summe hat 71 Summanden, der erste Summand ist die Zahl 17, und die konstante Differenz aufeinander folgender Summanden beträgt 11.

b) $S = 431 + 438 + 445 + ... + 536 + 543$.

[Arbeite das Material „Die Methode des Erstklässlers Gauß zum Berechnen des Wertes spezieller Summen“ durch.]

12)
a) Berechne den Wert der Summe von 71 aufeinander folgenden ungeraden Zahlen, deren erster Summand die Zahl 17 ist.

b) Berechne den Wert der Summe mit dem ersten Summanden 112 und dem letzten Summanden 481, wobei die Differenz zweier aufeinander folgender Summanden stets 3 beträgt.
Ein Taschenrechner darf nur zum Berechnen von Produkten verwendet werden.

13) Von einer Summe ist bekannt:
Der letzte Summand lautet 670, benachbarte Summanden haben stets die Differenz 13, und der erste Summand a ist einstellig.
Wie lautet der 27. Summand dieser Summe?

14) Professor Knobelfix hat einen Korb voller Äpfel und möchte sie einer Gruppe von Schülern schenken. Er sagt: „Wenn der Zweitjüngste einen Apfel mehr erhält als der Jüngste, der Drittjüngste wieder einen Apfel mehr erhält als der Zweitjüngste usw., dann bleibt kein Apfel übrig.“ Er schlägt vor, die Äpfel genauso zu verteilen.

a) Die Schüler finden diese Aufteilung ungerecht und möchten, dass jeder von Ihnen die gleiche Anzahl von Äpfeln erhalten soll.
Weise nach, dass die von den Schülern vorgeschlagene Aufteilung möglich ist, wenn die Gruppe aus 23 Schülern besteht.

b) Die Gruppe der Schüler, an die Professor Knobelfix Äpfel verschenken will, bestehe nun aus 21, 22 oder 24 Schülern.
Untersuche, für welche dieser drei Anzahlen von Schülern eine Verteilung der Äpfel derart möglich ist, dass jeder Schüler die gleiche Anzahl von ganzen Äpfeln erhält.

15) In einer Werkskantine gibt es eine Serie von acht Wertebons. Der kleinste Wert beträgt 45 Cent, der größte 2,90 €. Die Differenz benachbarter Werte ist immer gleich.

a) Berechne den Wert S der gesamten Serie.

b) Die Serie soll weiter fortgesetzt werden.
Ermittle die nächsten beiden Werte.
Untersuche, ob der Wert 5,10 € ins System passt.

c) Die ursprüngliche Serie soll verkauft werden. Dabei stellt sich heraus, dass einige Wertebons fehlen. Der Verkaufspreis beträgt nur 10,75 €.
Ermittle alle Möglichkeiten, welche Wertebons jeweils fehlen.

16) In einem Baukasten befinden sich 17 Hölzchen unterschiedlicher Länge. Dabei sind die Längenunterschiede benachbarter Hölzchen jeweils gleich. Das fünfte Hölzchen hat eine Länge von 10,5 cm, das dreizehnte eine Länge von 22,5 cm.
Ermittle die Länge der Strecke, die man mit allen Hölzchen zusammenlegen kann.

Kombinatorik

11) In einem Beutel liegen vier Spielmarken mit den Aufschriften 1, 2, 3 und 4. Zwei Spieler A und B nehmen hintereinander jeweils 2 Spielmarken „blind“ heraus (eine Spielmarke entnehmen, Zahl notieren, die Marke zurücklegen, zweite Marke ziehen, notieren, zurücklegen). Es entsteht ein Zahlenpaar (a; b). Die Spieler bilden die Summe s und das Produkt p der beiden Zahlen.

a) Ermittle die Anzahl der „möglichen“ Zahlenpaare, die dem Beutel entnommen werden können.

Ermittle für folgende Spielregeln die Chancen für den Spieler A und den Spieler B:

b) Wenn $p > 6$, dann gewinnt A; anderenfalls gewinnt B.

c) Wenn $3|s$ oder $5|s$, dann gewinnt A; anderenfalls gewinnt B.

d) Wenn $6|p$ oder $8|p$, dann gewinnt A; anderenfalls gewinnt B.

Hinweis:
Die Chancen eines Spielers werden durch die Wahrscheinlichkeit angegeben, dass er das Spiel gewinnt. Lies das Material „Die Wahrscheinlichkeit P eines zufälligen Ereignisses E“.

12) Einem Skatblatt werden 6 Karten entnommen, nämlich von jeder der Farben „Eichel", „Grün" und „Rot" jeweils die Dame und der König.
Aus diesen 6 Karten werden „blind" 2 Karten in einem Griff gezogen.
Wie groß ist jeweils die Chance dafür, dass folgende beiden Karten gezogen werden:
a) das Paar „Rot-Dame / Rot-König"; b) ein gleichfarbiges Paar „Dame / König";
c) ein beliebiges Paar „Dame / König"; d) ein beliebiges Paar „Dame / Dame".

13) Beantworte folgende Fragen zum Würfeln, wobei davon ausgegangen wird, dass stets einwandfreie („ideale“) Würfel geworfen werden.

a) Was kann man beim einmaligen Werfen zweier Würfel eher erwarten: „Es fällt eine gerade Zahl“ oder „Es fällt eine Primzahl“?

b) Sollte man beim gleichzeitigen Werfen zweier Würfel eher darauf wetten, dass die Augensumme 7 erscheint oder ist die Summe 9 zu bevorzugen?

c) Wie viele Würfel muss man mindestens auf einmal werfen, um mit Sicherheit 3 gleiche Augenzahlen zu erzielen?

14) Auf dem Jahrmarkt bietet ein Würfelbudenbesitzer folgendes Spiel an:
Nach dem Einsatz von 1 € sollst du dir eine beliebige Zahl von 1 bis 6 zu deiner „Glückszahl“ bestimmen. Anschließend darfst du mit zwei Spielwürfeln einmal würfeln. Erscheint deine „Glückszahl“ genau einmal, dann erhältst du das Doppelte deines Einsatzes zurück. Erscheint die „Glückszahl“ sogar zweimal (Pasch), dann bekommst du 3 €.
Untersuche die Chancenverteilung bei diesem Spiel.

15) Von zwei Personen A und B ist bekannt, dass sie ein Spiel nach folgenden Regeln spielten:

(a) Jeder zahlt vor Beginn des Spiels den gleichen Einsatz von 42 Groschen in einen Topf.

(b) Es wird eine Münze in einen Würfelbecher gesteckt, dieser geschüttelt und die Münze geworfen. Erscheint „Zahl“, dann erhält A einen Punkt; erscheint „Wappen“, dann erhält B einen Punkt.

(c) Wer zuerst 5 Punkte hat, bekommt den gesamten Einsatz von 84 Groschen.

Nun geschah es, dass das Spiel beim Stand von A **:** B = 4 **:** 3 abgebrochen werden musste und auch anschließend ein Weiterspielen nicht möglich war.
Wie ist das Geld im Topf zu verteilen?
1. Vorschlag: Weil der Spielstand 4 **:** 3 war, erhält A vier Anteile und B drei Anteile aus dem Topf.
2. Vorschlag: Weil A zum Sieg nur noch einen Punkt benötigt, B dagegen noch zwei Punkte, wird der Inhalt des Topfes im Verhältnis 2 **:** 1 aufgeteilt. A erhält zwei Anteile und B einen Anteil.

a) Berechne, wie viele Groschen A bzw. B bei diesen Vorschlägen jeweils erhalten.

b) Welchen Vorschlag würdest du machen, um das Geld im Topf regelgerecht zu verteilen? Überlege, welche Fortsetzungsmöglichkeiten das Spiel nach dem Stand von 4 **:** 3 hat.

[Diese Aufgabe ist in die Mathematikgeschichte als „Problem des Spielers und Glücksritters Chevalier de Meré“ eingegangen und geht auf die Anfrage eines französischen Adligen an den Mathematiker BLAISE PASCAL (1623-1662) zurück.]

16) Paul und Peter vertreiben sich an einem dunklen Novembertag die Zeit mit Würfelspielen. Peter wählt seinen Lieblingswürfel – einen roten. Paul hingegen bevorzugt einen blauen Würfel.

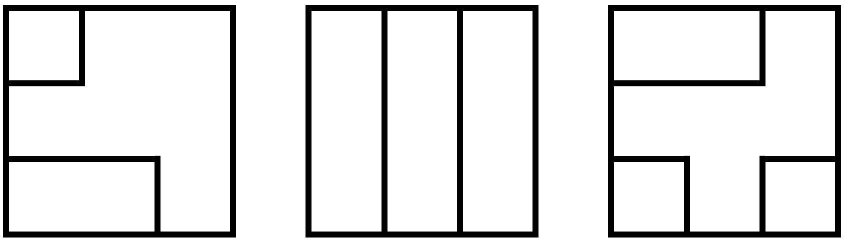
a) Peter schlägt folgendes Spiel vor: „Wir würfeln beide je einmal und berechnen dann jeweils die Augensumme. Ist die Augensumme gerade, dann gebe ich dir einen Euro, ist die Augensumme ungerade, dann gibst du mir einen Euro.“
Wer gewinnt auf Dauer?

b) Nach längerer Spielzeit meint Paul: „Das Spiel bringt doch nichts! Ich schlage vor: Ich bekomme von dir einen Euro, wenn die Augensumme mindestens gleich 7 ist, ansonsten gebe ich dir einen Euro."
Sollte sich Peter auf das Spiel einlassen?

c) Auch hier ergibt sich nach längerer Spielzeit Unzufriedenheit und Peter macht den dritten Vorschlag: „Wenn die Augensumme durch 3 oder durch 7 teilbar ist, dann bekomme ich von dir einen Euro, in allen anderen Fällen gebe ich dir einen Euro." Wie stehen die Gewinnchancen bei diesem Spiel?

d) Am nächsten Tag hat Konrad Langeweile und möchte mitspielen. Konrad bringt seinen gelben Würfel mit. Paul und Peter würfeln weiterhin mit dem blauen und roten Würfel. Konrad behauptet, dass es nicht mehr als 20 Möglichkeiten gibt, mit den drei unterscheidbaren Würfeln die Augensumme 8 zu würfeln.
Hat er Recht?

17) Katja möchte für ihre Freunde ein Memory-Spiel basteln. Dazu hat sie drei quadratische Muster entworfen und malt sie dann aus. Dabei sollen aneinander liegende Bereiche nicht mit der gleichen Farbe ausgemalt werden.



Karte 1 Karte 2 Karte 3

a) Diese drei Karten sollen nun mit jeweils drei Farben ausgemalt werden.
Wie viele verschiedene Memory-Karten erhält sie dann insgesamt?

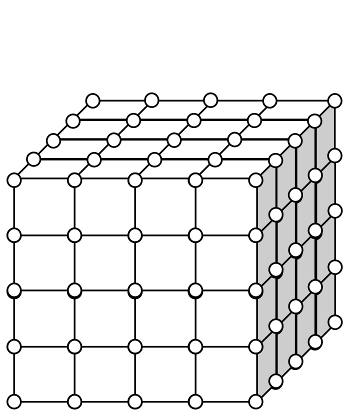
b) Dann nimmt sie nur die Karte 1 und benutzt 4 Farben.
Wie viele verschiedene Memory-Karten erhält sie, die jeweils drei Farben tragen?

c) Wieder nimmt sie die Karte 1 und benutzt diesmal 5 Farben.
Wie viele verschiedene dreifarbige Memory-Karten erhält sie jetzt?
Finde die Anzahl, ohne die Karten aufzumalen.

d) Ermittle rechnerisch die Anzahl der verschiedenen dreifarbigen Memory-Karten, wenn Katja die Karten 1 und 3 nehmen und für das Ausmalen 8 Farben benutzen würde.

Geometrie

1)

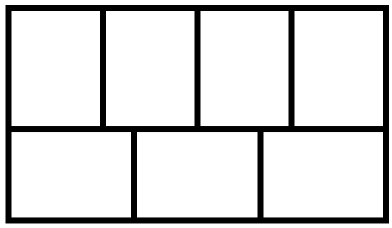


a) Ermittle die Gesamtzahl der Gitterpunkte des abgebildeten 4 x 4 x 4 - Würfels. Ermittle dabei auch die Anzahl der Gitterpunkte auf der Oberfläche und die Anzahl der Gitterpunkte im Inneren des Würfels.

b) Ermittle die entsprechenden Anzahlen der Gitterpunkte für den 5 x 5 x 5 - Würfel.

c) Beschreibe für einen n x n x n - Würfel, wie du die Gesamtzahl der Gitterpunkte, die Anzahl der inneren und die der äußeren Gitterpunkte berechnest.

2) Sieben gleich große, deckungsgleiche Rechtecke werden zu einem großen Rechteck zusammengelegt (siehe Abbildung). Zusammen haben sie einen Flächeninhalt von 2100 cm². Wie groß sind die Seitenlängen der sieben Rechtecke?



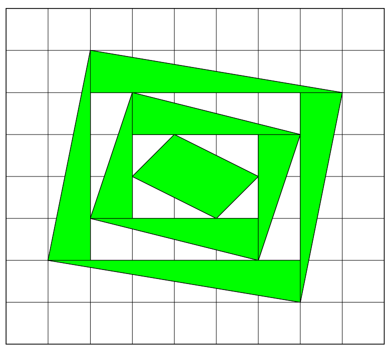
3) Ein Würfel hat die Kantenlänge 60 cm. Drei seiner Seitenflächen sind gefärbt und zwar rot, blau und grün. Die drei farbigen Flächen stoßen in einer Ecke zusammen. Nun wird dreimal gesägt. Die Fläche, die beim Sägen entsteht, ist jedes Mal eine ebene Fläche, die im Abstand 20 cm parallel zu einer der drei gefärbten Seitenflächen verläuft, beim ersten Mal parallel zur roten Fläche, beim zweiten Mal zur blauen und beim dritten Mal zur grünen Fläche. Jedes Mal nach dem Sägen werden die entstandenen Teilkörper zusammengehalten, so dass sie beim nächsten Sägeschnitt alle weitergeteilt werden.

a) Beschreibe alle mit dem dritten Sägeschnitt entstandenen Teilkörper. Welche Form haben sie? Wie lang sind sie jeweils, wie breit, wie hoch? Haben sie gefärbte Seitenflächen, und mit welchen Farben? Beschreibe die Gestalt und die gegenseitige Lage dieser gefärbten Seitenflächen der Teilkörper.

b) Wie groß ist die Summe der Oberflächen aller mit dem dritten Sägeschnitt entstandenen Teilkörper?

c) Friederike behauptet: Die Antwort auf diese Frage hängt nicht davon ab, in welchen Abständen von den gefärbten Seitenflächen (statt jedes Mal 20 cm) man den Würfel durchgesägt hatte. Maximilian sagt: Doch, davon hängt die Antwort ab.
Wer hat Recht?

4)



a) Welchen Flächeninhalt hat die innerste grau gefärbte Teilfläche in der Abbildung?

b) Welchen Flächeninhalt hat die gesamte grau gefärbte Fläche?

c) Man kann das Bild in dieser Abbildung als Ergebnis eines mehrfach wiederholten Prozesses auffassen, bei dem immer wieder außen an der bisherigen Figur etwas angefügt wird. Wie groß ist dann der Inhalt der nächsten dazukommenden grauen Fläche?

d) Wenn man diesen Prozess weiter durchführt, so befindet sich die gesamte grau gefärbte Fläche immer genau passend in einem Rechteck, dessen Seiten auf Gitterlinien liegen und dessen Breite um ein Kästchen größer ist als die Länge. Welchen Flächeninhalt hat die entsprechend gebildete gesamte grau gefärbte Fläche, die zu einem Rechteck mit den Seitenlängen n und (n − 1) gehört?

5) Gegeben sei ein Quadrat ABCD mit der Seitenlänge $\overline{AB} = a$. Ferner sei E der Mittelpunkt der Seite $\overline{BC}$, und es sei F der Mittelpunkt der Seite $\overline{CD}$.
Es ist der Flächeninhalt des Dreiecks AEF durch die Seitenlänge a des Quadrats auszudrücken.

6) Für die (äußeren) Abmessungen eines (geschlossenen) Hohlquaders gilt $a = 80$ cm, $b = 70$ cm, $c = 50$ cm; für seine Wanddicke gilt $d = 5$ cm.
Berechne das Volumen V dieses Hohlquaders in m³.

7) Aus zwei Stahlplatten, die 1 cm bzw. 4 cm dick sind und deren jeweils quadratische Deckfläche die Kantenlänge von 48 cm bzw. 32 cm hat, wird durch Umschmelzen eine neue 4 cm dicke Stahlplatte mit quadratischer Deckfläche hergestellt.
Wie groß ist der Umfang dieser Deckfläche?

8) Welche lichte Höhe h_i und welche Gesamthöhe h_a muss ein oben offener quaderförmiger Wasserbehälter mit quadratischem Boden haben, wenn er (V =) 75 Liter fassen soll, die Außenkanten des Bodens (a =) 51 cm lang sind und zu seiner Herstellung Blech von (d =) 5 mm Dicke verwendet wird?

Verschiedene Aufgaben

8) Rubin, Sarah, Omar und Viola malen im Kunstunterricht eine Wand mit gelber Farbe an. Plötzlich wird der Farbeimer (von einem der vier) umgestoßen, und die Farbe breitet sich im ganzen Kunstraum aus. Wer war es nun?

(a) Rubin sagt: „Sarah hat die Farbe verschüttet. Ich war es nicht!“
(b) Daraufhin sagt Sarah: „Omar hat es getan; Rubin war es wirklich nicht.“
(c) Omar meint: „Sarah war es nicht; ich habe die Farbe umgestoßen.“
(d) Viola sagt: „Omar war es nicht, aber Rubin hat die Farbe umgekippt.“

Bei jedem Schüler ist eine der beiden Aussagen wahr und eine falsch.
Weise nach, dass sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, wer der Täter war und welche der beiden Aussagen der Schüler die wahre bzw. falsche Aussage ist.

9) Beim Kindergeburtstag befinden sich in einem Säckchen verschiedenfarbige Murmeln.
Jochen, das Geburtstagskind, stellt folgende Aufgabe:
Ich verrate euch:
(a) In diesem Säckchen gibt es 17 Murmeln in den Farben rot, blau, weiß und grün.
(b) Von keiner Farbe gibt es weniger als zwei Murmeln, und von jeder Farbe gibt es eine unterschiedliche Anzahl von Murmeln.
(c) Grün kommt am häufigsten vor.
(d) Wenn ich aus dem Beutel gerade noch genügend viele Murmeln herausnehme, um mindestens zwei von irgendeiner Farbe zu haben und mindestens eine von einer anderen Farbe, dann muss ich acht Murmeln herausnehmen.

Nun sagt mir: Wie viele Murmeln muss ich herausnehmen, um sicher mindestens eine grüne zu ziehen?

10) Die fünf Freunde Franz, Klaus, Otto, Paul und Walter treffen einander und tauschen Fußballerbilder. Es bringt jeder vier Bilder mit und tauscht dafür vier neue Bilder ein. Keiner der fünf Freunde verteilt seine Bilder in gleicher Weise. Einer der fünf gab zwei Bilder an einen Freund und zwei Bilder an einen anderen, daher bekamen die beiden restlichen Freunde von ihm keine Bilder – das kann man durch (2, 2, 0, 0) festhalten. Diese Verteilungsmöglichkeit kam – wie jede andere – nicht noch einmal vor. Es ist bekannt:

(a) Paul gab seine vier Bilder an Franz.
(b) Otto erhielt von Klaus drei Bilder.

a) Welche verschiedenen Verteilungsmöglichkeiten gibt es für die vier Bilder?

b) Von wem stammen die vier Bilder, die Walter erhalten hatte? Begründe.

c) Gib an, wer wem wie viele Bilder gab. Begründe.

11) Im Weinkeller stehen ein 12-Liter-Krug, ein 7-Liter-Krug und ein 5-Liter-Krug. Der 12-Liter-Krug ist voll mit gutem Wein; die anderen beiden Krüge sind leer.
Wie kann die Weinmenge durch (mehrfaches) Umfüllen in zwei gleiche Teile geteilt werden?

12) Gulliver kommt auf seinen Reisen auch auf die fliegende Insel Laputa, auf der die Astronomen herrschen.
Die Astronomen haben ihre Zeit anders eingeteilt als wir: „Bei uns hat der Tag zehn Horen. Jede Hore hat einhundert Menores, und jeder Menor besteht wieder aus einhundert Diminuti. Durch lange Beobachtung haben wir festgestellt, dass unser Diminuti genau so lange dauert wie eure Sekunde“ sagt der Chef-Astronom zu Gulliver.
Gulliver stutzt. Er überlegt:

a) Wie lang dauert demzufolge ein Tag auf Laputa, gemessen in Stunden, Minuten und Sekunden?

b) Dann weiß Gulliver plötzlich, was los ist. Laputa befindet sich zwar auf der Erde, es ist aber schließlich eine fliegende Insel.
Gulliver schließt messerscharf: Die Insel umkreist die Erde in geringer Höhe und fliegt ständig nach Westen.
Wie kommt er zu diesem Schluss?

c) Wenn jetzt Laputa über uns vorbeifliegen würde - wann wäre dann die Insel zum ersten Mal wieder zu beobachten? Runde die benötigte Zeit auf volle Tage und Stunden.

13) Ein Dreiecksfraktal entsteht,

- indem man im ersten Schritt mit einem Dreieck anfängt (hier ist es ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck, bei dem die kürzeren beiden Seiten beide 3 cm lang sind, siehe Abbildung 1)
- und in jedem Schritt an alle bisherigen Ecken drei neue, dem ursprünglichen Dreieck ähnliche Dreiecke ansetzt, deren Seitenlängen immer nur ein Drittel so lang sind wie die Längen im vorigen Schritt.

In Abbildung 2 sehen wir das Ergebnis nach dem dritten Schritt.

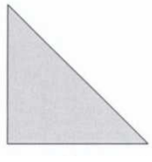


Abbildung 1

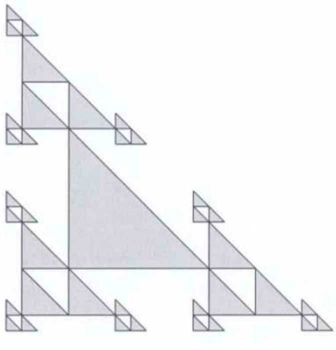


Abbildung 2

a) Aus wie vielen Dreiecken besteht das Fraktal nach dem fünften Schritt?

b) Welchen Flächeninhalt hat das Fraktal nach dem dritten Schritt?

c) Welchen Flächeninhalt hat das Fraktal nach dem vierten Schritt?

d) In jedem Schritt passt das Fraktal genau in ein Quadrat.
Welchen Flächeninhalt hat dieses Quadrat nach dem fünften Schritt?
Runde auf eine Stelle nach dem Komma.

14) Wenn man einen Käfer (oder einen Roboter oder einen Zeichenstift) auf einem quadratischen Gitter bewegen will, dann kann man dies durch eine Folge von drei Grundkommandos machen:

G - Gehe von einem Gitterpunkt aus eine Kästchenlänge und ändere am nächsten Gitterpunkt deine Richtung nicht.

L - Gehe eine Kästchenlänge und wende dich am nächsten Gitterpunkt nach links.

R - Gehe eine Kästchenlänge und wende dich am nächsten Gitterpunkt nach rechts.

Grundsätzlich soll am Anfang der Käfer mit „dem Gesicht nach rechts" also auf einer waagerechten Gitterlinie nach rechts gehen. Wir geben zwei Folgen von Kommandos vor:

(a) LRRG;

(b) LRRGLLRRG.

a) Zeichne auf kariertem Papier für beide Folgen jeweils die Figur, die entsteht, wenn die Kommandofolge viermal hintereinander durchgeführt wird.

b) Jetzt wird bei der Kommandofolge (a) jeder Weg über eine Kästchenlänge durch einen Weg ersetzt, der durch die Kommandofolge (c) LRRGLLRG erzeugt wird und bei dem die Weg-Einheit nur ein Viertel Kästchenlänge lang ist.
Wie viele Kästchen umschließt der Weg nach viermaliger Durchführung von (a)?
Wie viele Kästchenlängen ist der Weg lang?

c) Beweise: Wenn sich in einer Kommandofolge die Zahl der R's und der L's um genau 1 unterscheidet, dann entsteht bei viermaliger Durchführung ein geschlossener Weg, der bei weiteren Durchführungen immer wiederholt wird.

15) Im Lande Merkwürdien gibt es nur Münzen zu 7 Cent und zu 12 Cent. Bekannt ist, dass sich mit diesen Münzen zwar nicht 65 Cent, aber alle Preise ab 66 Cent bezahlen lassen. Als „gut" gelten nur solche Preise, die man auf mindestens zwei Arten (also mit mindestens zwei verschiedenen Kombinationen von Münzen) mit diesen Münzen bezahlen kann.

a) Welches ist der kleinste „gute" Preis?

b) Welches sind die vier nächst größeren „guten" Preise?

c) Von welchem Preis an sind alle Preise „gut"?