A u f g a b e n - T e i l 1

Ermitteln von Zuordnungen und Anordnungen

1) Die Herren Baumann, Eichler und Hahn sind von Beruf Elektriker, Monteur und Ingenieur (möglicherweise nicht in dieser Reihenfolge). Keine zwei dieser Herren haben denselben Beruf. Ferner ist folgendes bekannt:

(a) Herr Hahn und der Elektriker kommen aus Berlin, während der dritte Herr aus Dresden kommt.
(b) Herr Baumann und der Ingenieur sind beide ledig.
(c) Herr Hahn ist älter als der Ingenieur.

Welche Berufe üben diese drei Herren aus?

2) Harald will über die rege Freizeitbeschäftigung von Marion, Petra und Ruth berichten. Ihm ist bekannt:

(a) Jedes der drei Mädchen betreibt genau eine der Sportarten Schwimmen, Tischtennis und Volleyball. Jede dieser drei Sportarten wird genau von einem der drei Mädchen betrieben.
(b) Marion liest in ihrer Freizeit außerdem gern Abenteuerbücher, die Volleyballspielerin dagegen nicht.
(c) Die Volleyballspielerin beschäftigt sich aber gern mit Mathematik, sie hat bei der letzten Mathematik-Olympiade mehr Aufgaben richtig gelöst als Petra.
(d) Im Fremdsprachenunterricht hat Marion bessere Zensuren als die Tischtennisspielerin.

Welche Sportarten betreiben diese drei Mädchen?

3) Die vier Schüler Erdbach, Freimuth, Giebler und Hausmann haben die Vornamen Alfred, Bernd, Christian und Detlef (möglicherweise nicht in dieser Reihenfolge). Sie trafen einander auf Siegfried Zanders Geburtstagsfeier. Folgendes ist bekannt:

(a) Als ersten Gast konnte Siegfried seinen Mitschüler Hausmann begrüßen, als zweiten Christian und danach Erdbach. Zuletzt kam Bernd.
(b) Jeder dieser Gäste brachte für das Geburtstagskind ein Geschenk mit: Hausmann ein Würfelspiel, Alfred einen Kugelschreiber, Bernd einen Strauß Rosen und Giebler ein Buch.

Wie heißen die vier Gäste mit Vor- und Familiennamen?

4) Die Lehrer Axtmann, Blechschmidt und Cornelius unterrichten Deutsch, Englisch und Französisch. Sie heißen Gert, Heiko und Ingo. Es ist folgendes bekannt:

(a) Axtmann ist der jüngste Lehrer.
(b) Blechschmidt, Gert und der Französischlehrer haben einen gemeinsamen Arbeitsweg.
(c) Gert ist älter als Heiko.
(d) In der Freizeit spielen der Englischlehrer, Heiko und Axtmann gern Skat.

Ermittle aus diesen Angaben die Zuordnung zwischen den Vornamen, den Familiennamen und den Unterrichtsfächern dieser Lehrer.

5) Die Damen A, B, C und D waren einmal in einer Klasse und treffen einander einige Jahre später wieder. Ihrem Gespräch kann man entnehmen, dass inzwischen eine von ihnen in Querfurt, eine in Rostock, eine in Tübingen und eine in Stuttgart wohnt.
Von diesen vier Damen wissen wir:

(a) Zwei Damen, und zwar Frau A und die Tübingerin, sind von Beruf Kunstlehrerinnen.
(b) Zwei Damen, und zwar Frau B und die Stuttgarterin, sind Mathematikerinnen.
(c) Zwei Damen, und zwar Frau C und die Stuttgarterin, waren zusammen im Urlaub.
(d) Frau B ist nicht aus Rostock.

Wo wohnen diese Damen und welchen Beruf haben sie?

6) Fünf Autos haben fünf verschiedene Farben. Bekannt ist:

(a) Der BMW, der Audi und der Peugeot standen am Dienstag mit dem weißen Auto zusammen auf dem Parkdeck eines Kaufhauses.
(b) Im Wochenendstau trafen der BMW, das grüne und das schwarze Auto einander, und alle drei Fahrer entdeckten auch den Ford.
(c) Die Fahrer des blauen Autos und des BMWs wollen zusammen in den Urlaub fahren.
(d) Auf dem Video des Parkdecks vom Dienstag ist kein grünes Auto zu sehen.
(e) Der Fahrer des schwarzen Autos ist so groß, dass er nicht in den (kleinen) Peugeot gepasst hätte.
(f) Der Opelfahrer steht an der Ampel hinter dem roten Auto.

Weise nach, dass sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, welches Auto welche Farbe hat.

7) Besucher einer Ruderregatta unterhielten sich über den siegreichen Rudervierer ohne Steuermann. Egon kam dazu und fragte, wie die vier Sportler heißen und in welcher Reihenfolge sie im Boot sitzen. Er erhielt folgende Auskünfte:

(a) Die vier Sportler haben die Vornamen Andreas, Jürgen, Siegfried und Stefan; ihre Familiennamen lauten Brietzke, Decker, Semmler und Thiele.
(b) Andreas sitzt unmittelbar hinter Siegfried und unmittelbar vor Semmler.
(c) Thiele sitzt unmittelbar hinter dem Sportler, dessen Vor- und Familienname den gleichen Anfangsbuchstaben hat.

Egon überlegt eine Weile und sagt dann: „Diese Informationen reichen noch nicht aus.“
Daraufhin erhält er noch folgende Auskunft:

(d) Andreas sitzt hinter Brietzke.

a) Weise nach, dass sich aus diesen vier Angaben die Namen und die Reihenfolge eindeutig ermitteln lassen.

b) Weise nach, dass Egon mit seiner Meinung Recht hatte, dass die Aussagen (a), (b) und (c) zur eindeutigen Ermittlung von Namen und Reihenfolge nicht ausreichen.

c) Ersetze die Aussage (d) so durch eine andere Aussage (d‘), dass sich dann aus (a), (b), (c) und (d‘) Namen und Reihenfolge wieder eindeutig ermitteln lassen.

8) Julia hat gerade Geschenke verpackt und will zum Geburtstag gehen. Den anderen will sie nun folgendes Rätsel stellen:

(a) Ich habe ein Armband, eine Haarspange, eine Kette und einen Ring in Schachteln verpackt, die jeweils blau, gelb, rot oder weiß sind, und sie nebeneinander ins Regal gelegt.
(b) Das Armband liegt rechts von der roten Schachtel.
(c) Der Ring liegt links von der gelben Schachtel.
(d) Die Kette liegt nicht in der blauen Schachtel.
(e) Die blaue Schachtel liegt links vom Armband.
(f) Das Armband liegt rechts von der gelben Schachtel und die Kette liegt nicht in der gelben Schachtel.

Bedenke: „Rechts von“ und „links von“ bedeuten nicht unbedingt „unmittelbar rechts von“ bzw. „unmittelbar links von“.

a) Weise nach, dass sich aus den Angaben eindeutig ermitteln lässt, welches Geschenk in welcher Schachtel liegt.

b) Lässt sich die Reihenfolge der Schachteln im Regal eindeutig ermitteln?

Sachaufgaben

1) Rotkäppchen kommt mit einem Obstkorb zur Großmutter. Die Großmutter fragt: „Was bringst du denn mit?“ Rotkäppchen antwortet: „Im Korb sind Birnen, Orangen, Äpfel und Mandarinen. Insgesamt sind es 43 Früchte. Und es sind doppelt so viele Mandarinen wie Orangen im Korb und dreimal so viele Äpfel wie Birnen. Weißt du jetzt genug, liebe Großmutter?“
Die Großmutter überlegt eine Weile, brummelt und sagt dann: „Hmm, eigentlich hätte ich gern noch eine weitere Angabe“.

a) Ermittle, welche Möglichkeiten es für die Anzahlen der Früchte nach Rotkäppchens Aussagen gibt.

b) Gib eine weitere Angabe der Form „Es sind mehr Birnen als ... im Korb“ an, die der Großmutter eine eindeutige Lösung ermöglicht.

2) In einem Kaugummiautomaten befinden sich 71 Kaugummis. Es gibt darunter vier verschiedene Geschmacksrichtungen: Zitrone, Pfefferminz, Erdbeere und Apfel. In dem Automaten sind doppelt so viele Zitronenkaugummis wie Pfefferminzkaugummis, ein Erdbeerkaugummi weniger als Pfefferminzkaugummis und sechs Apfelkaugummis weniger als Zitronenkaugummis. Solange ein Kaugummi noch im Automaten ist, kann man seine Geschmacksrichtung nicht feststellen.

a) Wie viele Kaugummis gibt es von jeder Sorte? Mache eine Probe am Text.

b) Wie viele Kaugummis muss man aus dem Automaten entnehmen, um mindestens zwei von gleicher Geschmacksrichtung zu erhalten?

c) Wie viele Kaugummis muss man aus dem Automaten entnehmen, wenn man Kaugummis von mindestens zwei Geschmacksrichtungen haben möchte?

3) Vom berühmten Mathematiker Leonhard Euler (1707 – 1782) stammt aus der *„Vollständigen Anleitung zur Algebra"* folgende Aufgabe aus dem kaufmännischen Rechnungswesen: „Jemand kauft 12 Stück Tuch für 137 Thaler; davon sind zwei weiß, drei schwarz und sieben blau. Nun kostet ein Stück schwarzes Tuch 2 Thaler mehr als ein weißes und ein blaues 3 Thaler mehr als ein schwarzes. Die Frage ist, wie viel [hat] jedes gekostet?"

Ermittle die gesuchten Kosten und mache eine Probe am Text.

4) Eine Aufgabe aus Schäfers Zeiten: Ein Schäfer wurde gefragt, wie viele Schafe er in seinen beiden Pferchen habe. Darauf antwortetet er:
„Ich habe 99 Schafe in den beiden Pferchen zusammen. Zwischen den Zahlen in beiden Pferchen besteht ein gar merkwürdiges Verhältnis: Teile ich die Schafe aus dem Pferch, in dem die größere Zahl steht, in vier gleiche Teile und die Schafe aus dem anderen Pferch in sieben gleiche Teile und nehme mir nun aus beiden Pferchen je einen solchen Teil, so betragen die beiden Teile zusammen 21 Schafe."

Wie viele Schafe befanden sich in den beiden Pferchen?
Mache eine Probe am Text.

5) Drei Zwerge kommen nacheinander an einer Schatztruhe im Berg vorbei.
Der erste nimmt ein Viertel der Edelsteine heraus. Dann schämt er sich ein wenig, legt sechs Edelsteine wieder zurück und geht davon.
Dann kommt der zweite Zwerg. Der nimmt ein Drittel der noch vorhandenen Edelsteine heraus. Dann schämt er sich ein wenig, legt sechs Edelsteine wieder zurück und geht davon.
Schließlich kommt der dritte Zwerg. Er nimmt die Hälfte der Edelsteine, die er findet, aber auch er schämt sich ein wenig und tut wieder sechs Steine zurück. Dann geht auch er davon.
Am Abend kommt der Oberzwerg und stellt fest, dass nur noch die Hälfte der Edelsteine in der Schatztruhe ist.

Wie viele Edelsteine waren am Anfang in der Schatztruhe?
Führe eine Probe durch.

6) Im Studentenfutter sind Paranüsse, Walnüsse, Haselnüsse und Rosinen.
- Eine Paranuss wiegt so viel wie drei Walnüsse.
- Eine Walnuss wiegt so viel wie zwei Haselnüsse.
- Eine Haselnuss wiegt so viel wie drei Rosinen.

In der Packung sind
- dreimal so viel Rosinen wie Haselnüsse,
- dreimal so viel Haselnüsse wie Walnüsse,
- dreimal so viel Walnüsse wie Paranüsse.

Eine Paranuss wiegt 12 g. Die Packung wiegt 600 g.

Wie viele Haselnüsse enthält die Packung?

7) Herr Müller steht am Ende einer langen Eisenbahnbrücke, über die ICE-Züge fahren. Alle Züge fahren gleich schnell.
Herr Müller macht folgende Beobachtung:
Vom Augenblick, in dem ein langer ICE auf die Brücke fährt, bis zu dem Augenblick, an dem er die Brücke verlassen hat, vergehen 57 Sekunden. Ein kurzer ICE-Zug braucht dafür 47 Sekunden.

Herr Müller weiß: Ein langer ICE ist 320 m lang. Ein kurzer ICE ist genau halb so lang.

Wie viele Meter fahren die Züge in der Sekunde?
Wie lang ist die Brücke?

8) Eine Strecke von 20 Metern wird in 3 Teilstrecken geteilt. Die erste Teilstrecke ist doppelt so lang wie die zweite, und die dritte Teilstrecke ist dreimal so lang wie die erste.

Wie lang sind die Teilstrecken?

9) Eine Expedition legte am ersten Tag $\frac{2}{5}$ des Weges, am zweiten Tag $\frac{1}{3}$ des Weges und am dritten Tag die restlichen 100 km zurück.

Wie lang war die zurückgelegte Gesamtstrecke und wie lang waren die Strecken, die an den beiden ersten Tagen zurückgelegt wurden?

10) Beim Zahlenraten stellt Rainer folgende Aufgabe: Wenn man die Summe aus $\frac{4}{15}$ meiner Zahl und $\frac{5}{6}$ meiner Zahl bildet, dann erhält man um 9 mehr als $\frac{1}{5}$ meiner Zahl.
An welche Zahl hat Rainer gedacht? Mache eine Probe.

11) Eine Druckerei hat zwei Druckmaschinen A und B. Für den Druck der Auflage eines Buches benötigt man 12 Tage, wenn man nur die Druckmaschine A einsetzt, hingegen 36 Tage, wenn man nur die Maschine B arbeiten lässt.

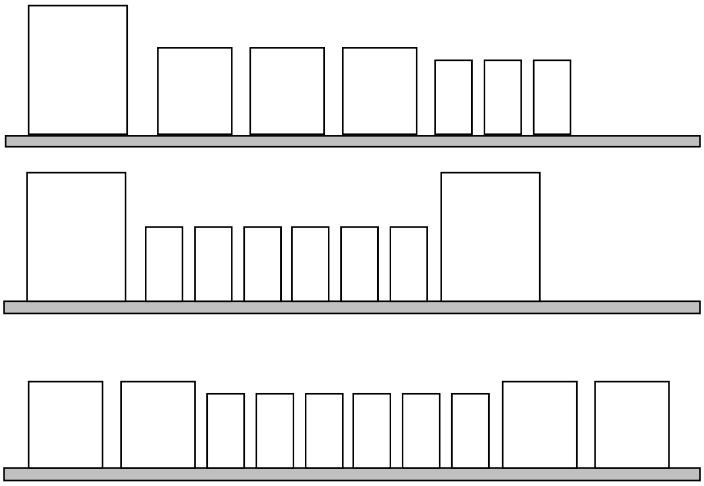
a) Wie lange dauert der Druck der Bücher, wenn man beide Maschinen gleichzeitig drucken lässt?

b) Da der Auftrag eilt organisiert der Meister rechtzeitig eine dritte Druckmaschine C, welche die gesamte Auflage in 18 Tagen drucken würde.
Wie lange brauchen alle drei Maschinen zusammen für den Druckauftrag?

c) Wie viele Tage würde man zusätzlich sparen, wenn man zu den drei Maschinen A, B und C eine weitere Maschine nimmt, die – wie die Maschine C – die gesamte Auflage in 18 Tagen drucken könnte?

12) Frau Meier hat im Oktober Marmelade gekocht und sie dann in Gläser gefüllt. Sie hatte dazu Gläser mit drei verschiedenen Größen. Die fertigen Gläser stellte sie in ein Regal mit drei Brettern - wie man es in der Abbildung sehen kann.
Zu Weihnachten kam Frau Müller zu Besuch, sah das Marmeladenregal und fragte: „Sag mal, warum stehen denn die Gläser in so merkwürdiger Anordnung?“ „Ganz einfach“, antwortete Frau Meier, „ich weiß, dass auf jedem Regalbrett 3,6 kg Marmelade stehen.“
Frau Müller dachte eine ganze Weile nach und strahlte: „Dann weiß ich auch, wie viel Marmelade die drei verschiedenen Gläsertypen jeweils enthalten.“

Wie viel Gramm Marmelade passen jeweils in die verschiedenen Gläser? Mache eine Probe.



13) Eine Aufgabe aus dem alten Babylon:

Es waren einst acht Schwestern, alle unterschiedlich alt. Sie sollten den Wert von $1\frac{2}{3}$ Silberminas untereinander aufteilen. Jede der nach steigendem Alter geordneten Schwestern sollte der Reihe nach mehr als die vorherige erhalten. Die Differenz zwischen den Anteilen sollte stets gleich bleiben. Die zweite Schwester durfte sich den Silberwert von 6 Schekel nehmen.
Man muss dazu noch wissen, wie im alten Babylon die Währung eingeteilt war:
1 Talent hat 60 Silberminas, 1 Silbermina hat 60 Silberschekel, 1 Silberschekel hat 60 Grains.

Wie viele Grains hat jede der Schwestern erhalten?

14) Jemand hebt von seinem Sparkonto einen bestimmten Geldbetrag ab. Er erhält diesen in insgesamt 29 Banknoten ausgezahlt und zwar ausschließlich in 10 €-Scheinen, 20 €-Scheinen und 50 €-Scheinen. Dabei ist die Anzahl der 10 €-Scheine um 1 kleiner als die Anzahl der 20 €-Scheine. Die Anzahl der 50 €-Scheine ist größer als das Zweifache, aber kleiner als das Dreifache der 20 €-Scheine.

Ermittle die Höhe des abgehobenen Geldbetrages.

Zahlen werden gesucht

1) Ermittle diejenige natürliche Zahl n, die folgende Bedingungen erfüllt:
   (a) Die Zahl n ist zweistellig.
   (b) Die Quersumme von n ist 13.
   (c) Die Zahl n ist durch 5 teilbar.

2) Die Summe zweier natürlicher Zahlen beträgt 8. Multipliziert man den Vorgänger der ersten Zahl mit dem Nachfolger der zweiten Zahl, dann erhält man
a) 0; b) 12; c) 14.

Gib für jede dieser Aufgaben alle Lösungen an.

3) Von einer Zahl z ist bekannt:
   (a) Die Zahl z ist zweistellig.
   (b) Vertauscht man die Ziffern von z, dann entsteht eine Zahl, die um 36 größer ist als z.
   (c) Die Einerziffer von z ist dreimal so groß wie ihre Zehnerziffer.

Weise nach, dass es genau eine Zahl z gibt, die diese Bedingungen erfüllt.
Wie lautet diese Zahl?

4) Weise nach, dass es genau eine natürliche Zahl z gibt, die folgende Bedingungen erfüllt: Die Zahl ist zweistellig; ihre Quersumme ist 13; vertauscht man ihre Ziffern, dann erhält man eine Zahl, die um 27 kleiner ist als die ursprüngliche Zahl.

5) Der Nachfolger vom Doppelten des Produkts von zwei aufeinander folgenden Zahlenlautet 1985.

Untersuche, ob sich aus diesen Bedingungen die beiden Zahlen eindeutig ermitteln lassen.

6) Hans erzählt: Wenn ich zu der Zahl, die mein Alter in vollen Jahren angibt, noch 7 addiere, diese Summe verdoppele, hierzu noch 6 addiere und schließlich mein Alter subtrahiere, dann erhalte ich als Resultat die Zahl 33.
Thomas erzählt: Wenn ich mit meinem Alter dieselben Operationen wie Hans durchführe, nur zum Schluss das Doppelte meines Alters subtrahiere, dann erhalte ich die Zahl 20.

Untersuche, ob sich aus diesen Angaben das Alter von Hans und das von Thomas eindeutig ermitteln lassen.

7) Die Summe zweier natürlicher Zahlen beträgt 177. Teilt man die größere der beiden Zahlen durch die kleinere, dann erhält man 3 und den Rest 9.

Weise nach, dass sich die beiden Zahlen aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lassen.

8) Es sind alle natürlichen Zahlen x zu ermitteln, die folgende Bedingungen erfüllen:
   (a) Dividiert man 100 durch die Zahl x, dann bleibt der Rest 4.
   (b) Dividiert man 90 durch die Zahl x, dann bleibt der Rest 18.

9) Ruth ist umgezogen und hat eine neue Hausnummer. Im Mathezirkel stellt sie dazu folgende Aufgabe:
Meine Hausnummer ist eine zweistellige Primzahl. Wenn ich das Fünffache der Einerziffer und das Vierfache der Zehnerziffer addiere, erhalte ich wieder die Primzahl, die meine Hausnummer angibt.

Welche Hausnummer habe ich jetzt?

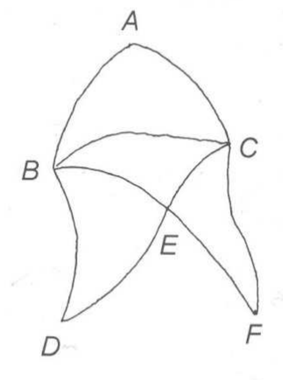
10) Wähle drei von Null und untereinander verschiedene Ziffern. Bilde aus jeweils 2 dieser Ziffern eine zweistellige Zahl. Schreibe alle Zahlen auf, die sich so bilden lassen. Nun addiere alle diese Zahlen. Teile diese Summe durch die Summe der drei von dir am Anfang gewählten Ziffern. Wetten, dass du stets dasselbe Ergebnis erhältst!

a) Wie lautet dieses Ergebnis?

b) Warum ist das immer so?

Kombinatorik

1) Eine Aufgabe aus Triangulinien:
In diesem schönen Land gibt es sechs Orte A, B, C, D, E und F. Die Landkarte mit allen existierenden Straßen sieht so aus:



a) Der König wohnt in A, seine Gattin in F. Der König möchte seine Gattin besuchen. Dabei will er die vorhandenen Straßen benutzen, aber auf seinem Weg darf keine der Städte mehr als einmal vorkommen. Wie viele solche Wege gibt es?

b) Infolge eines Erdrutsches kann die Straße C – E nicht befahren werden. (Vielleicht hat eine böse Fee den Erdrutsch verursacht.)
Wie viele der Wege aus a) bleiben noch übrig?

2)
a) Drei Schüler B, C, D stehen im Sportunterricht nebeneinander.
Schreibe alle Möglichkeiten auf, diese Schüler in verschiedenen Reihenfolgen aufzustellen.
b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, vier Schüler A, B, C, D in verschiedenen Reihenfolgen aufzustellen?
c) Wie viele Möglichkeiten gibt es, sechs Schüler in verschiedenen Reihenfolgen aufzustellen?

3) Adelheid, Burglinde, Christfriede, Dorothea und Edelgard kommen in ein Gartenlokal. Dort gibt es noch zwei freie Tische, einen mit zwei Plätzen an der Hecke und einen mit drei Plätzen mit einer guten Aussicht.

a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die fünf Damen, an diesen beiden Tischen Platz zu nehmen? (Es kommt dabei nicht auf die Sitzordnung an den Tischen sondern nur auf die möglichen Zweier- und Dreiergruppen an.)

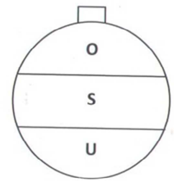
b) Leider können Burglinde und Dorothea einander nicht leiden und weigern sich daher, zusammen an einem Tisch zu sitzen.
Wie viele Möglichkeiten gibt es unter dieser Voraussetzung?

c) Friederike kommt dazu und hat einen Stuhl mitgebracht. Die fünf Damen stehen auf, begrüßen Friederike und wollen sich wieder hinsetzen. Friederike muss nicht auf dem mitgebrachten Stuhl Platz nehmen und kann diesen Stuhl sowohl an den Zweier-Tisch als auch an den Dreier-Tisch stellen.
Wie viele Möglichkeiten gibt es jetzt für die sechs Damen, sich an den beiden verschiedenen Tischen zu gruppieren?
(Vergiss nicht die Abneigung von Dorothea und Burglinde!)

Hinweis: Wenn du beispielsweise die Sitzordnung mit Burglinde und Edelgard am Zweier-Tisch beschreiben willst, dann kannst du dies durch „BE ACD“ festhalten.

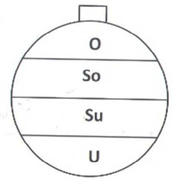
4) Am Gasthof „Rose" steht folgende Tafel: „Wir bieten unseren Gästen 15 verschiedene Menüs!" Die Speisekarte enthält jedoch nur 8 verschiedene Speisen: 2 Suppen, 4 Hauptgerichte und 2 Nachspeisen.
Kann die Behauptung des Wirtes stimmen?

5) Die Firma Goldi produziert Dekorationsmaterial für Weihnachtsbäume, darunter auch Kugeln, die in der Mitte einen Streifen haben, wie in der nebenstehenden Abbildung zu sehen ist. „O“ ist dabei der obere Bereich, „U“ der untere und „S“ der Streifen. Für diese Weihnachtsbaumkugeln mit einem Streifen stehen nur die Farben Blau, Gold und Silber zur Verfügung. Natürlich soll sich der Streifen vom oberen Bereich und vom unteren Bereich abheben.



a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Kugeln so zu färben?

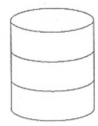
Die Firma Goldi produziert auch Kugeln, die in der Mitte zwei aneinander liegende Streifen „So“ und „Su“ haben, wie in der nebenstehenden Abbildung zu sehen ist. Man möchte wieder die drei Farben Blau, Gold und Silber verwenden, und zwei aneinanderstoßende Gebiete sollen sich in der Farbe unterscheiden.



b) Der Lehrling sagt, es gäbe jetzt doppelt so viele Möglichkeiten wie bei den Kugeln mit einem Streifen.
Entscheide, ob der Lehrling mit seiner Behauptung Recht hat.

c) Nun wird der Lehrling ganz mutig und sagt: „Wenn wir noch Rot als vierte Farbe verwenden, dann erhalten wir selbstverständlich viermal so viel verschiedene Kugeln wie mit drei Farben!“
Entscheide wieder, ob der Lehrling damit Recht hat.

6) Annabella hat viele gleich große leere Konservendosen gesammelt. Die Dosen sind oben offen und haben keine Beschriftung mehr. Damit die Dosen etwas schöner aussehen, möchte Annabella drei Streifen auf die Dosen malen und zwar so, dass der Boden und der daran grenzende Streifen nicht die gleiche Farbe haben und nebeneinander liegende Streifen auch nicht. Natürlich sollen alle Streifen und auch der Boden bemalt werden.



a) Annabella findet zu Hause nur die Farben Rot und Blau.
Wie viele Dosen könnte sie unterschiedlich bemalen?

b) Annabellas Mutter findet noch einen Topf mit gelber Farbe.
Wie viele Dosen kann sie nun unterschiedlich bemalen, wobei aber nicht immer alle drei Farben verwendet werden müssen?

c) Bisher sind alle Dosen zwei- oder dreifarbig. Der Nachbar bringt noch die Farbe violett vorbei, und Annabella kann weitere Dosen und zwar immer vierfarbig anmalen.
Wie viele neue Dosen kann sie so bemalen?
Die Lösung soll durch eine Rechnung gefunden werden.

d) Annabella ist nun fertig und hat eine ganze Menge Dosen bemalt. Als sie ihre Dosen betrachtet, stellt sie fest: „Jede Dose sieht anders aus, aber es gibt zweifarbige, dreifarbige und vierfarbige Dosen.“
Wie viele zweifarbige Dosen gibt es? Wie viele sind dreifarbig? Und wie viele sind vierfarbig? Wie viele Dosen hat Annabella bisher bemalt?

7) Ein Betrieb kann unter Verwendung des gleichen Uhrwerks verschiedene Ausführungen von Uhren herstellen. Dazu stehen ihm 3 verschiedene Gehäuse, 4 verschiedene Zifferblätter und 2 verschiedene Zeigerausführungen zur Verfügung.
Ermittle die größte Anzahl voneinander verschiedener Ausführungen von Uhren, die sich unter Verwendung der angegebenen Teile herstellen lassen.

8) Friederike hat fünf Freundinnen zu ihrem Geburtstag eingeladen. Sie verbringen den Nachmittag mit Spielen. Für das erste Spiel stellen die Mädchen sechs Stühle in einer Reihe auf.

a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten haben die Mädchen, sich in einer Reihe hin zu setzen?

b) Wie viele verschiedene Sitzordnungen gibt es, bei denen die Freundinnen Beate und Elke nebeneinander sitzen?

c) Für das nächste Spiel setzen sich die sechs Freundinnen an einen runden Tisch. Zwei Sitzordnungen sind gleich, wenn jedes Mädchen dieselben Nachbarinnen hat und zwar auf beiden Seiten.
Wie viele Möglichkeiten gibt es nun?

d) Wie viele Sitzordnungen gibt es am runden Tisch, wenn Beate und Elke nebeneinander sitzen?

e) Für das nächste Spiel braucht Friederike Zweiergruppen.
Wie viele verschiedene Zweiergruppen können die sechs Mädchen bilden?

9) Bekanntermaßen nehmen an der Bundesrunde der Mathematik-Olympiade alle 16 Bundesländer teil. Wir planen für eine künftige Bundesrunde: Jeder Teilnehmer soll als Begrüßungsgeschenk ein T-Shirt erhalten. Am T-Shirt soll man aber erkennen, aus welchem Bundesland der Teilnehmer kommt. Dazu sollen weiße T-Shirts besorgt werden, die links und rechts farbige oder weiße Ärmel haben. Die Ärmel können dabei verschiedene Farben haben.

a) Eine Firma bietet für die Ärmel vier Farben an: blau, grün rot und weiß.
Reicht diese Farbauswahl aus, um alle Bundesländer an den T-Shirts zu unterscheiden?

b) Leider stellte sich bei der Durchführung heraus, dass einige Teilnehmer ihre T-Shirts falsch herum angezogen hatten (vorn und hinten vertauscht).
Wieso schuf dies ein Problem?

c) Um dieses Problem zu lösen, machte die T-Shirt-Firma zwei Vorschläge:
   1. Im nächsten Jahr werden wieder T-Shirts mit weißer Grundfarbe verwendet, die Ärmel können in fünf Farben ausgeführt werden - violett kommt noch dazu.
   2. Es werden wieder die Farben blau, grün, rot und weiß verwendet. Als Grundfarbe für die T-Shirts gibt es jetzt weiß oder blau. Dann bekommt das T-Shirt noch einen Brust ring, dessen Farbe anders ist als die Farbe des Rumpfs. Beide Ärmel bekommen dieselbe Farbe.

   Untersuche für jeden dieser beiden Vorschläge, ob er das Problem löst oder nicht.

10) Die Zwillinge Carola und Daniela haben viele gleiche Kleidungsstücke in ihren Schränken: je zwei Hosen, sechs T-Shirts und zwei Pullis.

a) An wie vielen Tagen könnten sie sich verschiedenartig kleiden, wenn sie jeweils Hose, T-Shirt und Pulli tragen? Dabei möchten sie jeden Tag anders aussehen.

b) Zusätzlich hat Carola einen Rock und einen Pulli, und Daniela besitzt noch eine dritte Hose und zwei weitere T-Shirts.
Wie viele Möglichkeiten hat Carola, sich verschiedenartig zu kleiden und wie viele hat Daniela, wenn sie jeweils drei Kleidungsstücke tragen?

11) In einem Beutel liegen vier Spielmarken mit den Aufschriften 1, 2, 3 und 4. Zwei Spieler A und B nehmen hintereinander jeweils 2 Spielmarken „blind“ heraus (eine Spielmarke entnehmen, Zahl notieren, die Marke zurücklegen, zweite Marke ziehen, notieren, zurücklegen). Es entsteht ein Zahlenpaar (a; b).Die Spieler bilden die Summe s und das Produkt p der beiden Zahlen.

a) Ermittle die Anzahl der „möglichen“ Zahlenpaare, die dem Beutel entnommen werden können.

Ermittle für folgende Spielregeln die Chancen für den Spieler A und den Spieler B:

b) Wenn $p > 6$, dann gewinnt A; anderenfalls gewinnt B.

c) Wenn $3|s$ oder $5|s$, dann gewinnt A; anderenfalls gewinnt B.

d) Wenn $6|p$ oder $8|p$, dann gewinnt A; anderenfalls gewinnt B.

Hinweis:
Die Chancen eines Spielers werden durch die Wahrscheinlichkeit gemessen, dass er das Spiel gewinnt. Lies das Material „Die Wahrscheinlichkeit P eines zufälligen Ereignisses E“.

12) Einem Skatblatt werden 6 Karten entnommen, nämlich von jeder der Farben „Eichel", „Grün" und „Rot" jeweils die Dame und der König.
Aus diesen 6 Karten werden „blind" 2 Karten in einem Griff gezogen.
Wie groß ist jeweils die Chance dafür, dass folgende beiden Karten gezogen werden:
a) das Paar „Rot-Dame / Rot-König"; b) ein gleichfarbiges Paar „Dame / König";
c) ein beliebiges Paar „Dame / König"; d) ein beliebiges Paar „Dame / Dame";

13) Beantworte folgende Fragen zum Würfeln, wobei davon ausgegangen wird, dass stets einwandfreie („ideale“) Würfeln geworfen werden.

a) Was kann man beim einmaligen Werfen zweier Würfel eher erwarten: „Es fällt eine gerade Zahl“ oder „Es fällt eine Primzahl“?

b) Sollte man beim gleichzeitigen Werfen zweier Würfel eher darauf wetten, dass die Augensumme 7 erscheint oder ist die Summe 9 zu bevorzugen?

c) Wie viele Würfel muss man mindestens auf einmal werfen, um mit Sicherheit 3 gleiche Augenzahlen zu erzielen?

14) Auf dem Jahrmarkt bietet ein Würfelbesitzer folgendes Spiel an:
Nach dem Einsatz von 1 € sollst du dir eine beliebige Zahl von 1 bis 6 zu deiner „Glückszahl“ bestimmen. Anschließend darfst du mit zwei Spielwürfeln einmal würfeln. Erscheint deine „Glückszahl“ genau einmal, dann erhältst du das Doppelte deines Einsatzes zurück. Erscheint die „Glückszahl“ sogar zweimal (Pasch), dann bekommst du 3 €.
Untersuche die Chancenverteilung bei diesem Spiel.

V15) Im Lande Merkwürdien gibt es nur Münzen zu 7 Cent und zu 12 Cent. Bekannt ist, dass sich mit diesen Münzen zwar nicht 65 Cent, aber alle Preise ab 66 Cent bezahlen lassen. Als „gut“ gelten nur solche Preise, die man auf mindestens zwei Arten (also mit mindestens zwei verschiedenen Kombinationen von Münzen) mit diesen Münzen bezahlen kann.

a) Welches ist der kleinste „gute“ Preis?

b) Welches sind die vier nächst größeren „guten“ Preise?

c) Von welchem Preis an sind alle Preise „gut“?

16) Paul und Peter vertreiben sich an einem dunklen Novembertag die Zeit mit Würfelspielen. Peter wählt seinen Lieblingswürfel – einen roten. Paul hingegen bevorzugt einen blauen Würfel.

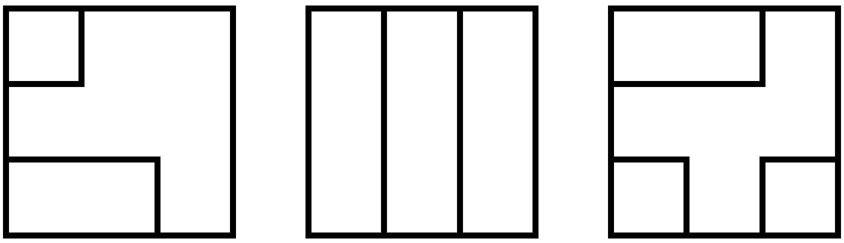
a) Peter schlägt folgendes Spiel vor: „Wir würfeln beide je einmal und berechnen dann jeweils die Augensumme. Ist die Augensumme gerade, dann gebe ich dir einen Euro, ist die Augensumme ungerade, dann gibst du mir einen Euro.“
Wer gewinnt auf Dauer?

b) Nach längerer Spielzeit meint Paul: „Das Spiel bringt doch nichts! Ich schlage vor: Ich bekomme von dir einen Euro, wenn die Augensumme mindestens gleich 7 ist; ansonsten gebe ich dir einen Euro.“
Sollte sich Peter auf das Spiel einlassen?

c) Auch hier ergibt sich nach längerer Spielzeit Unzufriedenheit und Peter macht den dritten Vorschlag: „Wenn die Augensumme durch 3 oder durch 7 teilbar ist, dann bekomme ich von dir einen Euro, in allen anderen Fällen gebe ich dir einen Euro.“ Wie stehen die Gewinnchancen bei diesem Spiel?

d) Am nächsten Tag hat Konrad Langeweile und möchte mitspielen. Konrad bringt seinen gelben Würfel mit. Paul und Peter würfeln weiterhin mit dem blauen und roten Würfel. Konrad behauptet, dass es nicht mehr als 20 Möglichkeiten gibt, mit den drei unterscheidbaren Würfeln die Augensumme 8 zu würfeln.
Hat er Recht?

17) Katja möchte für ihre Freunde ein Memory-Spiel basteln. Dazu hat sie drei quadratische Muster entworfen und malt sie dann aus. Dabei sollen aneinander liegende Bereiche nicht mit der gleichen Farbe ausgemalt werden.



Karte 1 Karte 2 Karte 3

a) Diese drei Karten sollen nun mit jeweils drei Farben ausgemalt werden.
Wie viele verschiedene Memory-Karten erhält sie dann insgesamt?

b) Dann nimmt sie nur die Karte 1 und benutzt 4 Farben.
Wie viele verschiedene Memory-Karten erhält sie, die jeweils drei Farben tragen?

c) Wieder nimmt sie die Karte 1 und benutzt diesmal 5 Farben.
Wie viele verschiedene dreifarbige Memory-Karten erhält sie jetzt?
Finde die Anzahl, ohne die Karten aufzumalen.

d) Ermittle rechnerisch die Anzahl der verschiedenen dreifarbigen Memory-Karten, wenn Katja die Karten 1 und 3 nehmen und für das Ausmalen 8 Farben benutzen würde.

Verschiedene Aufgaben

1) Schallwellen legen in der Luft in einer Sekunde rund 340 Meter zurück, Rundfunkwellen dagegen rund 300000 Kilometer.
Wer hört einen vor dem Mikrofon sprechenden Redner früher:
Ein Zuhörer im Saal, der 2 Meter vom Redner entfernt sitzt, oder ein Rundfunkhörer, der die Sendung mit Kopfhörer in 1000 Kilometer Entfernung hört?

2) Während eines Ausfluges wollen die drei Jungen Arne, Benny und Carlo und die drei Mädchen Ria, Sarah und Tanja mit einem Ruderboot über einen Fluss übersetzen. In dem Ruderboot haben höchstens zwei Personen Platz und außerdem möchte jeder Junge verhindern, dass seine Freundin mit einem der anderen beiden Jungen allein bleibt, sowohl im Boot wie auch an den Ufern. Ria ist die Freundin von Arne, Sarah ist die Freundin von Benny und Tanja ist mit Carlo befreundet.

a) Nach einigen Überlegungen finden sie eine Möglichkeit, so dass alle sechs am anderen Ufer ankommen und die oben genannten Bedingungen eingehalten werden. Es ist sogar möglich, nur Jungen rudern zu lassen.
Gib für die Überfahrten jeweils die Besatzung des Ruderbootes an und wer jeweils an welchem Ufer wartet.

b) Nun möchten sich alle sportlich betätigen. Finde eine Möglichkeit, so dass jeder mindestens einmal rudern kann und kein Mädchen rudern muss, wenn außer ihr noch ein Junge im Boot übersetzt.

3) Familie Kunterbunt hat viele Kinder. Die Mutter wird gefragt, wie viele es denn sind, und sie antwortet: „Das älteste und das zweitälteste Kind sind 18 Monate (im Alter) auseinander; das zweitälteste und das drittälteste ebenfalls. Die nächsten Kinder wurden jeweils im Abstand von 15 Monaten geboren. Unser jüngstes Kind ist heute gerade 2 Jahre alt, aber auch unser ältestes Kind feiert heute Geburtstag.“ Der Vater fügt hinzu: „Leider bekommen wir keine Fußballmannschaft zusammen, aber es sind mehr als 3 Kinder!“

a) Wie viele Kinder hat die Familie?

b) Wie alt werden die Kinder, die heute Geburtstag haben?

c) Wie alt sind die einzelnen Kinder? Berücksichtige auch die Monate.

4) Emil, Karl und Peter haben sich je ein Ruderboot gemietet und wollen über den See zu einer 6 Kilometer entfernten Insel rudern. Die drei rudern aber unterschiedlich schnell. Es ist folgendes bekannt:

(a) Emil ist der schnellste und rudert doppelt so schnell wie Peter.
(b) Karl kommt drei Kilometer in der Stunde weit.
(c) Pro Kilometer ist Emil um sechs Minuten schneller als Karl.

a) Wie lange braucht jeder der drei Ruderer bis zur Insel?

b) „Gut,“ sagt Emil, „dann startet eben Peter als erster, und zwar um 9:00 Uhr, eine halbe Stunde später rudert Karl los, und ich fange eine Stunde nach Peter an,“
Wann kommen die drei jeweils bei der Insel an?

c) Auf der Insel angekommen, sagt Peter: „Ich brauche eine halbe Stunde Pause, dann rudere ich wieder zum Bootshaus zurück und ihr rudert jeweils so los, dass wir alle gleichzeitig bei zwei Drittel der Strecke sind.“
Gesagt, getan. Wann sind die drei jeweils am Bootshaus angekommen, wie lange hat Emil Pause gemacht, wie lange dauerte die Pause bei Karl?

5) Im Obstladen werden Orangen zu einer Pyramide aufgeschichtet. Für die unterste Schicht bildet ein gleichseitiges Dreieck den Rahmen. In jeder Schicht liegen die Orangen über den Lücken der nächst tieferen Schicht.

a) Wie viele Orangen enthält eine siebenschichtige Pyramide?

b) Wie viele Schichten kann man mit 300 Orangen höchstens bauen, wie viele Orangen bleiben dabei übrig?

6) Beim Murmelspielen:
Uwe verliert beim ersten Spiel zwei Murmeln mehr als ein Drittel seiner Murmeln.
Beim zweiten Spiel verliert er drei Murmeln mehr als ein Viertel der ihm verbleibenden Murmeln.
Nach diesen beiden Spielen hat Uwe noch 21 Murmeln, die er seinem Bruder schenkt.

Wie viel Murmeln besaß Uwe vor dem ersten Spiel?
Mache eine Probe am Text.

7) Jens hat ein merkwürdiges mathematisches Gedächtnis. Als ein Freund ihm seine neue Telefonnummer mitgeteilt hat, kann er sich später an folgendes erinnern:

(a) Alle fünf Ziffern sind Primzahlen.
(b) Die dritte Ziffer ist gleich der vierten Ziffer, sonst ist keine Ziffer einer anderen gleich.
(c) Die Quersumme der Telefonnummer ist 22.

Wie viele Telefonnummern muss Jens höchstens ausprobieren? Wie heißen sie?